

524.1+537.84

**УСКОРЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ***Е. Г. Бережко, Г. Ф. Крымский*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	49
2. Линейная теория регулярного ускорения . . . . .	54
2.1. Ускорение плоской ударной волной. 2.2. Темп регулярного ускорения.	
2.3. Ускорение частиц сферическими ударными волнами. 2.4. Ускорение частиц ансамблем ударных волн.	
3. Нелинейные модели процесса регулярного ускорения . . . . .	67
3.1. Магнитогидродинамическая структура ударной волны в газе с космическими лучами. 3.2. Кинетическая модель регулярного ускорения.	
4. Космические лучи на фронтах ударных волн . . . . .	79
4.1. Ускорение космических лучей межпланетными ударными волнами. 4.2. Галактические космические лучи малых энергий. 4.3. Космические лучи и сверхновые.	
5. Заключение . . . . .	87
Список литературы . . . . .	88

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Характерным свойством бесстолкновительной космической плазмы является наличие в ней процессов, приводящих к генерации (ускорению) быстрых заряженных частиц с энергией, намного превышающей тепловую. Частицы эти можно непосредственно наблюдать в межпланетном пространстве<sup>1</sup>. Наличие быстрых ускоренных частиц в межзвездном пространстве и в различных астрофизических объектах установлено методами радио-, рентгеновской и гамма-астрономии (см., например<sup>2</sup>, и ссылки там). Одним из наиболее ярких проявлений процессов ускорения являются галактические космические лучи (ГКЛ).

Особый интерес представляют процессы ускорения, протекающие вблизи фронтов ударных волн, распространяющихся в космической плазме, прежде всего благодаря тому, что ударные волны — явление довольно распространенное в космическом пространстве. Примерами могут служить ударные волны от хромосферных солнечных вспышек, от вспышек сверхновых звезд и т. д. Кроме того, в процессах, приводящих к образованию ударных волн, как правило, выделяется большое количество энергии в форме направленного движения плазмы. Заметная часть этой энергии может идти на ускорение небольшой доли частиц плазмы, приводя к появлению частиц с энергией на много порядков выше тепловой.

Построение теории процессов ускорения необходимо как для понимания фундаментальных свойств плазмы, так и для воссоздания целостной картины таких явлений как хромосферные вспышки и вспышки сверхновых звезд. Кроме того, имеются веские доводы в пользу того, что ударные волны от вспышек сверхновых являются одним из основных источников ГКЛ.

Первые экспериментальные указания об ускорении заряженных частиц межпланетными ударными волнами<sup>3-8</sup> стимулировали развитие теоретических представлений о возможных механизмах ускорения частиц вблизи ударных фронтов<sup>9-16</sup>. Эксперименты, выполненные на космических аппаратах

непосредственно в межпланетном пространстве, окончательно доказали наличие в окрестности фронтов ударных волн интенсивных процессов ускорения<sup>17,18</sup>, которые в настоящее время исследуются широко и детально.

Ударные волны сами по себе являются сложными физическими явлениями<sup>19–24</sup>. В узкой пространственной области, которая носит название ударного фронта, магнитогидродинамическая (МГД) энергия невозмущенной среды частично переходит в тепловую энергию за счет различного рода диссипативных процессов. В обычном газе диссипация осуществляется благодаря парным столкновениям<sup>20</sup>. Для условий космической плазмы более характерным является случай так называемых бесстолкновительных ударных волн, диссипация на фронте которых носит коллективный характер и обусловлена развитием плазменных неустойчивостей<sup>21–24</sup>. Движение частиц плазмы в этом случае определяется не парными столкновениями, а их взаимодействием с генерируемой на фронте турбулентностью, и характерной длиной, определяющей толщину фронта сильной ударной волны, является гирорадиус тепловых ионов. Коллективная природа плазменных процессов на фронте, их существенно нелинейный характер обуславливают значительные трудности теоретического описания бесстолкновительных ударных волн. За исключением случаев не слишком сильных ударных волн<sup>22, 23</sup>, их теория далека от завершения (с современным состоянием этого вопроса можно ознакомиться в обзоре<sup>24</sup>).

Вместе с тем, характер движения достаточно быстрых частиц в окрестности фронта бесстолкновительной ударной волны мало зависит от деталей его структуры. Происходит это потому, что движение заряженных частиц в космической плазме главным образом определяется их взаимодействием с магнитными полями — крупномасштабным (или регулярным) полем с одной стороны, и хаотической (или турбулентной) компонентой с другой, взаимодействие с которой приводит к случайным изменениям направления движения быстрых частиц, т. е. к их рассеянию. Пробег до рассеяния достаточно энергичных частиц намного превышает толщину фронта ударных волн, поэтому особенности структуры фронта не оказывают влияния на быстрые частицы. Сказанное, конечно, не означает, что изучение структуры ударного фронта не представляет интереса при исследовании процессов ускорения заряженных частиц. Как уже отмечалось, невозмущенная плазма, по которой распространяется ударная волна, претерпевает на фронте разогрев, после чего наиболее быстрые частицы из теплового распределения могут подвергаться ускорению посредством того или иного механизма. Таким образом, процессы, развивающиеся на ударном фронте, его структура определяют темп инжекции частиц в режим ускорения и, в конечном счете, такой важный параметр, как количество ускоренных частиц.

Возможность ускорения заряженных частиц в плазме связана с имеющимися в ней электрическими полями. Прежде всего, это индукционные поля, возникающие при движении высокопроводящей плазмы в магнитном поле. Ускорение частиц такими полями может реализовываться вблизи ударного фронта. Для иллюстрации на рис. 1, *a* в системе покоя фронта поперечной плоской ударной волны, распространяющейся против оси *x*, схематически изображена траектория быстрой заряженной частицы в случае, когда мелкомасштабные электромагнитные поля отсутствуют или их роль мала (ламинарная ударная волна). Для быстрой частицы, скорость которой *v* много больше скорости плазмы *u*, а пробег до рассеяния  $\lambda$  и гирорадиус  $\rho_B$  — много больше толщины фронта *l*, ударная волна представляет собой магнитогидродинамический разрыв, в котором магнитное поле *B*, плотность  $\rho$  и скорость плазмы *u* в области за и перед фронтом волны связаны соотношениями<sup>19</sup>

$$\rho_2 = \sigma \rho_1, \quad u_2 = \frac{u_1}{\sigma}, \quad B_2 = \sigma B_1, \quad (1.1)$$

где  $\sigma$  — степень сжатия вещества на ударном фронте. Здесь и далее индексы 1 и 2 означают принадлежность величин к области перед и за фронтом, соответственно. Пересекая ударный фронт, частица испытывает градиентный дрейф и смещается вдоль электрического поля  $\mathbf{E} = -[\mathbf{u}\mathbf{B}]/c$  ( $c$  — скорость света) так, что энергия ее нарастает. Количественно изменение энергии частицы определяется сохранением адиабатического инварианта<sup>12, 13, 16</sup>  $\mu = p_{\perp}^2/B$ , где  $p_{\perp}$  — перпендикулярная к магнитному полю компонента импульса частицы. Заметим, что сохранение величины  $\mu$  в этом случае — факт не тривиальный и не является следствием адекватности дрейфового

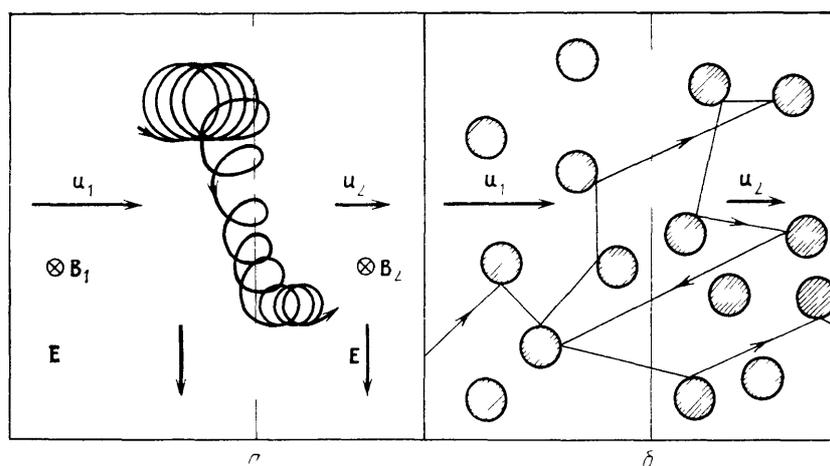


Рис. 1. Характер движения быстрой заряженной частицы вблизи ударного фронта ламинарной ударной волны (а) ( $\mathbf{E} = -[\mathbf{u}\mathbf{B}]/c$ ) и ударной волны в турбулентной среде (б)

приближения, которое для области ударного фронта, где магнитное поле испытывает резкие изменения, оказывается непригодным. Сохранение  $\mu$  для частицы, пересекающей ударный фронт, установлено на основе детального рассмотрения траектории ее движения<sup>12, 1</sup>, а также подтверждено численными расчетами<sup>25</sup>.

В случае наклонной ориентации магнитного поля по отношению к ударному фронту частицы с достаточно большим питч-углом могут отражаться фронтом, поскольку усиленное за фронтом магнитное поле играет роль магнитной пробки. Отражение частиц сопровождается увеличением их энергии<sup>10, 16</sup>. Однако даже при наиболее благоприятном направлении магнитного поля энергия частиц, исключая их незначительную часть, возрастает не более чем на порядок<sup>25, 26</sup>. В условиях ламинарной квазиперпендикулярной ударной волны, в которой магнитное поле составляет малый угол с поверхностью фронта, отражения ионов могут также осуществляться благодаря наличию электрического поля, возникающего из-за разделения зарядов в области ударного фронта<sup>22, 23, 27, 28</sup>. Несомненно, эти процессы играют определенную роль в формировании структуры ударной волны. Однако однократный характер действия этих механизмов ограничивает их возможности генерации частиц высоких энергий.

Рассмотренная ламинарная ударная волна является, конечно, идеализацией. Для космической плазмы характерным является, помимо регулярного, наличие хаотического магнитного поля, возникновение которого связано с развитием плазменной турбулентности. Рассеяния частиц на неоднородностях магнитного поля приводят к их изотропизации, а также дают возможность многократно пересекать ударный фронт (см. рис. 1, б) и подвергаться ускорению, которое носит циклический характер. Каждый цикл — двукратное пересечение фронта — сопровождается увеличением энергии частицы

даже в отсутствие регулярного магнитного поля<sup>29–33</sup>. Поскольку характерные скорости турбулентных пульсаций порядка альвеновской  $c_a = B/(4\pi\rho)^{1/2}$ , а в случае сильных ударных волн  $c_a \ll u_{1,2}$ , то можно считать неоднородности магнитного поля — рассеивающие центры — замороженными в плазму. Кроме того, рассеяние частиц будет упругим в системе отсчета, связанной с рассеивающими центрами, если пренебречь влиянием быстрых частиц на среду.

Этот факт для случая взаимодействия частицы с замороженной в плазму неоднородностью магнитного поля является физически очевидным, поскольку магнитное поле не совершает работы. Детальное рассмотрение взаимодействия заряженной частицы с МГД волнами<sup>1, 2, 34</sup> приводит к тому же результату. В этом случае изменение величины импульса частицы, обусловленное ее рассеяниями, будет равно

$$\Delta p = (\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) \frac{\mathbf{u}}{v}, \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{u}$  — скорость плазмы;  $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f$  — импульс частицы до и после рассеяний, соответственно, причем, учитывая малость величины  $\Delta p$  (поскольку  $u/v \ll 1$ ), можно считать  $\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_i = \mathbf{p}$ . Изменение импульса частицы после двукратного пересечения фронта составит  $\Delta p = (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i) u_1 v^{-1} + (\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_k) u_2 v^{-1}$ . Усреднив это выражение по потоку частиц, считая его близким к изотропному, в пределах углов между векторами  $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f$  и  $\mathbf{u}$  от  $\pi/2$  до  $\pi$  и между  $\mathbf{p}_k$  и  $\mathbf{u}$  от 0 до  $\pi/2$ , можно определить среднюю за цикл величину изменения импульса частицы:

$$\langle \Delta p \rangle = \frac{4}{3} (u_1 - u_2) \frac{p}{v}. \quad (1.3)$$

После совершения очередного цикла частица имеет определенную вероятность не вернуться к фронту. Поэтому число частиц падает с ростом номера цикла. Интегральный спектр ускоренных частиц  $N(p)$  — количество частиц в единице объема с импульсами, большими  $p$ , — может быть найден из уравнения баланса

$$\frac{dN}{dp} = \frac{P_c - 1}{\langle \Delta p \rangle} N, \quad (1.4)$$

где  $P_c$  — вероятность совершения очередного цикла. Оно вытекает из очевидного соотношения  $N(p + \Delta p) = P_c N(p)$ , которое показывает, что количество частиц, способных совершить  $(i + 1)$ -й цикл пересечения фронта, равно произведению числа частиц, совершивших  $i$  циклов, на вероятность совершения следующего цикла. Для вероятности  $P_c$  справедливо соотношение  $P_c = P_1 P_2$ , где  $P_{1,2}$  — вероятность частице, попавшей в область перед и за фронтом, вернуться обратно к фронту. Вероятность  $P_1$  равна единице, поскольку из области 1 все частицы конвективно сносятся к фронту. Вероятность  $P_2$  можно выразить через поток частиц  $J_{12}$ , поступающих из области 1 в область 2 и направленный поток частиц в области 2:  $P_2 = (J_{12} - J_2)/J_{12}$ . Предположение о том, что распределение частиц за фронтом близко к изотропному и однородному дает  $J_{12} = nv/4$ ,  $J_2 = nu_2$ , где  $n = dN/dp$  — дифференциальная плотность частиц. Отсюда вытекает выражение для вероятности совершения следующего цикла

$$P_c = 1 - \frac{4u_2}{v}. \quad (1.5)$$

Используя (1.3) — (1.5), можно получить уравнение для плотности  $n$ :

$$\frac{dpn}{dp} + 3 \frac{u_2}{u_1 - u_2} n = 0. \quad (1.6)$$

Решением этого уравнения является степенная функция  $n \sim p^{-\gamma}$  с показателем  $\gamma = (\sigma + 2)/(\sigma - 1)$ .

Приведенное рассмотрение, которое с несущественными отличиями можно найти в работах<sup>31,32,35-39</sup>, иллюстрирует физическое содержание регулярного механизма ускорения<sup>29-33</sup> (в иностранной литературе этот процесс чаще именуется диффузионным ускорением частиц ударной волной, либо ускорением Ферми первого рода).

Уже этот простой анализ показывает важное достоинство регулярного механизма: спектр ускоренных частиц оказывается независимым от параметров среды, в которой распространяется ударная волна. Если к тому же учесть, что для сильных ударных волн степень сжатия лежит в диапазоне  $\sigma = 3 \div 4$ , то оказывается, что показатель спектра ускоренных частиц  $\gamma = 2 \div 3$  как раз соответствует тому, что наблюдается у ГКЛ и релятивистских электронов в остатках сверхновых<sup>40</sup>. Это обстоятельство делает регулярный механизм весьма привлекательным для объяснения ряда астрофизических явлений, поэтому он вызывает в последнее время большой интерес исследователей. Несмотря на то, что уже имеется несколько обзоров теории процесса регулярного ускорения<sup>39, 41-44</sup> (см. также<sup>1,2</sup>), учитывая обилие работ в этой области, представляется целесообразным дать обзор последних результатов, что мы и попытались сделать в настоящей работе.

Следует упомянуть еще об одном типе процессов ускорения, которые могут реализовываться в космической плазме. Речь идет о статистических механизмах ускорения. Они реализуются при наличии хаотических движений рассеивающих центров, будь то перемещения масс вещества с вмороженным магнитным полем (намагниченные облака)<sup>45</sup>, либо волновые движения турбулентных пульсаций<sup>13-15, 34</sup> (см. также<sup>1</sup>). Все варианты статистических механизмов имеют единое физическое содержание. Быстрые частицы и рассеивающие центры представляют собой как бы два различных газа. Поскольку рассеивающие центры представляют собой макроскопические объемы плазмы, вследствие чего им соответствует бесконечно большая температура, их тепловой контакт с быстрыми частицами, осуществляемый посредством рассеяний, приводит к передаче энергии от рассеивающих центров частицам, т.е. к ускорению последних. Иначе говоря, процесс ускорения выступает здесь аналогом обычного нагрева в условиях столкновительной плазмы. Интересно заметить, что эта аналогия имеет довольно общий характер — нагреву в плазме со столкновениями соответствует в условиях бесстолкновительной плазмы ускорение быстрых частиц. Подтверждением этому могут служить также регулярный и фрикционный<sup>46, 47</sup> механизмы ускорения. Вопрос об эффективности статистических процессов ускорения в конкретных космофизических объектах довольно сложен, поскольку эффективность прежде всего определяется уровнем и типом плазменной турбулентности, о которой чаще всего имеется весьма ограниченная информация. Кроме того, основная доля энергии в межзвездном пространстве заключена в форме движения больших объемов вещества, в частности, в крупномасштабных ударных волнах<sup>42</sup>. Поэтому регулярный механизм ускорения, посредством которого энергия направленного движения среды передается непосредственно быстрым частицам, является во многих отношениях более предпочтительным.

Во избежание недоразумений заметим, что как в том, так и в другом случае передача энергии макроскопических объемов вещества отдельным заряженным частицам осуществляется через посредство взаимодействия частиц с рассеивающими центрами. В силу этого, роль турбулентного поля, задача его теоретического описания одинаково важны для обоих механизмов ускорения. Большая эффективность процесса регулярного ускорения, которая реализуется во многих случаях, физически обусловлена тем, что посредством тех же самых рассеяний частица черпает энергию направленного движения вещества, запасы которой, в случае сильной ударной волны, намного превышают энергию хаотических движений. В этом плане роль статистических механизмов может быть определяющей в образовании популяции надтепловых частиц, которые затем инжектируются в процесс регулярного уско-

рения. Это подтверждает, в частности, анализ экспериментальных результатов, полученных в межпланетном пространстве.

Приступая к изложению теории регулярного ускорения, заметим, что термин «Космические лучи», вынесенный в заглавие данной работы, используется нами в его широком смысле — он выступает синонимом словосочетаний «быстрые» либо «ускоренные частицы».

## 2. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ РЕГУЛЯРНОГО УСКОРЕНИЯ

Процессы переноса быстрых заряженных частиц в космической плазме могут быть достаточно полно и последовательно описаны на основе диффузионного уравнения переноса, что обеспечивается наличием хаотического магнитного поля.

Диффузионный способ описания применим, если достаточно частые рассеяния быстрых частиц на неоднородностях магнитного поля делают угловое распределение частиц близким к изотропному, так что представляется возможным ограничиться первыми двумя угловыми моментами в разложении функции распределения

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f(\mathbf{r}, p, t) + f_\alpha(\mathbf{r}, p, t) p_\alpha p^{-1}.$$

При этом изотропная часть  $f(\mathbf{r}, p, t)$  функции распределения удовлетворяет уравнению<sup>48-50</sup>

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \nabla_i \kappa_{ij} \nabla_j f - \mathbf{u} \nabla f + \frac{\nabla \mathbf{u}}{3} p \frac{\partial f}{\partial p} + Q, \quad (2.1)$$

а первый момент определяется соотношением<sup>41</sup>

$$f_\alpha = -3 \frac{\kappa_{\alpha\beta}}{v} \nabla_\beta f - \frac{u_\alpha}{v} p \frac{\partial f}{\partial p}, \quad (2.2)$$

где  $\kappa_{ij}$  — тензор диффузии частиц;  $\mathbf{u}$  — гидродинамическая скорость плазмы;  $Q$  — мощность источника частиц, который описывает процессы рождения (инъекции) и уничтожения (выхода из системы) частиц, причем рождение и уничтожение может быть также следствием всевозможных процессов изменения энергии частиц, за исключением адиабатического. Адиабатическое изменение энергии частиц описывается третьим членом в правой части уравнения, который показывает, что энергия  $\varepsilon$  отдельной частицы меняется в соответствии с уравнениями<sup>48-54</sup>

$$\left\langle \frac{dp}{dt} \right\rangle = -\frac{\nabla \mathbf{u}}{3} p, \quad \left\langle \frac{d\varepsilon}{dt} \right\rangle = -\frac{\nabla \mathbf{u}}{3} p v, \quad (2.3)$$

где угловые скобки означают усреднение по промежутку времени много большему времени между рассеяниями.

Следует отметить, что именно использование уравнения (2.1) позволило исследовать и правильно понять широкий круг явлений и процессов в межпланетном пространстве с участием космических лучей<sup>1, 51, 52, 55</sup>.

Условием применимости уравнения переноса (2.1) является малость длины пробега до рассеяния по сравнению с масштабом  $l = |u/\nabla u|$  изменения скорости плазмы  $u$ . В случае разрывных течений, каким в частности является ударная волна для быстрых частиц, это условие нарушается. Детальное рассмотрение показывает, что уравнение (2.1) должно быть дополнено граничным условием на ударном фронте, связывающим решения этого уравнения по обе стороны фронта. Для квазипараллельной ударной волны, когда регулярное магнитное поле составляет малый угол с нормалью  $\mathbf{h}$  к ударному фронту, граничные условия имеют особенно простой вид<sup>1, 56, 57</sup>:

$$f_1 = f_2, \quad f_{1\alpha} h_\alpha = f_{2\alpha} h_\alpha. \quad (2.4)$$

Эти условия являются отражением того, что пересечение частицей ударного фронта не меняет ее импульса, поэтому плотность частиц  $n = 4\pi p^2 f$  и нор-

мальная компонента плотности направленного потока  $j_\alpha = (4\pi/3) p^2 v f_\alpha$  должны быть непрерывны.

В случае произвольной ориентации магнитного поля вследствие отражения частиц фронтом их плотность испытывает на фронте скачок<sup>57</sup>. Хотя рассмотрение общего случая принципиальных трудностей не вызывает, мы ограничимся рассмотрением более простого в математическом отношении случая квазипараллельных ударных волн.

Процесс регулярного ускорения частиц ударной волной, как было показано, состоит в передаче энергии направленного движения плазмы быстрым частицам. Последние, в свою очередь, могут оказывать влияние как на внутренние свойства плазмы — уровень турбулентности, так и на структуру ударного фронта — распределение гидродинамической скорости  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ . Поэтому задача о нахождении энергетического и пространственного распределения ускоренных частиц должна решаться одновременно с определением самосогласованного спектра турбулентности и структуры ударного фронта. Лишь в случае, когда плотность энергии ускоренных частиц оказывается незначительной по сравнению с энергией направленного движения плазмы, влиянием быстрых частиц можно пренебречь. Эта ситуация может реализоваться, например, в случае, когда количество ускоренных частиц невелико, вследствие низкого темпа инжекции тепловых частиц в процесс ускорения. Соответствующий вариант теории — линейная теория или приближение пробных частиц — изложен в настоящем разделе.

## 2.1. Ускорение плоской ударной волной

В одномерном случае плоской ударной волны, распространяющейся против оси  $x$  в однородной среде, функция распределения частиц зависит только от координаты  $x$ . Поэтому  $\kappa_{xx}$  — единственная компонента тензора диффузии, которая войдет в уравнение (2.1), для которой мы будем использовать обозначение  $\kappa$ .

Уравнение переноса (2.1) в системе покоя ударного фронта, где он занимает положение  $x = 0$ , примет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\Delta u}{3} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q, \quad (2.5)$$

где  $\Delta u = u_1 - u_2$ . Записанное в обобщенном виде ( $\nabla \mathbf{u} = -\Delta u \delta(x)$ ), это уравнение уже содержит в себе граничные условия (2.4). Однако, поскольку в реальных случаях решение этого уравнения ищется по отдельности в области перед и за ударным фронтом, выпишем граничные условия в явном виде, учитывая также возможность наличия на ударном фронте сосредоточенного источника  $Q = Q_0 \delta(x)$ . Эти условия можно получить, интегрируя почленно уравнение (2.5) по  $x$  в пределах от  $-\delta$  до  $\delta$  и устремляя  $\delta$  к нулю:

$$f_1 = f_2, \quad \kappa_1 \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{u_1}{3} p \frac{\partial f_1}{\partial p} = \kappa_2 \frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{u_2}{3} p \frac{\partial f_2}{\partial p} + Q_0, \quad (2.6)$$

где, как и прежде, индексы 1 и 2 указывают на принадлежность величин к области перед и за фронтом, а значения функции  $f_1, f_2$  и ее производных берутся в точках  $x = -0$  и  $x = +0$ , соответственно.

В реальных случаях следует ожидать, что инжекция частиц осуществляется либо на ударном фронте, где плазма разогревается, после чего наиболее быстрые частицы вступают в процесс ускорения; либо ускоряются те быстрые частицы, которые уже имеются в невозмущенной среде. Первая возможность описывается сосредоточенным источником  $Q = Q_0 \delta(x)$ , вторая — заданием граничного условия  $f_1(-\infty, p) = f_\infty(p)$ , где  $f_\infty(p)$  — спектр быстрых частиц в невозмущенной среде. Имея в виду только эти две возможности, можно считать, что источники частиц вне ударного фронта отсутствуют. Тогда

стационарное решение уравнения (2.5) будет иметь вид

$$f_i = A_i + B_i \exp \int_0^x \frac{u_i}{\kappa_i} dx. \quad (2.7)$$

Требование ограниченности функции удовлетворяется при  $B_2 = 0$ , а граничные условия для  $x = -\infty$  и  $x = 0$  — при  $A_1 = f_\infty(p)$ ,  $B_1 = A_2 - A_1$ . Функцию  $f_2(p) = A_2(p)$ , а с ней и  $f_1(x, p)$  можно найти, используя второе из условий (2.6). Для моноэнергетического источника  $Q_0 = (N_0/4\pi p^2) u_1 \delta(p - p_0)$  и спектра в невозмущенной среде  $f_\infty = (N_\infty/4\pi p^2) \delta(p - p_0)$  оно переходит в уравнение

$$u_1 f_2 + \frac{\Delta u}{3} p \frac{\partial f_2}{\partial p} = \frac{N_0 + N_\infty}{4\pi p^2} u_1 \delta(p - p_0),$$

решение которого, а также (2.7) дает

$$f_1(x, p) = \frac{N_\infty}{4\pi p^2} \delta(p - p_0) \left[ 1 - \exp \left( - \int_x^0 \frac{u_1}{\kappa_1} dx \right) \right] + f_2(p) \exp \left( - \int_x^0 \frac{u_1}{\kappa_1} dx \right),$$

$$f_2(p) = \frac{N_0 + N_\infty}{4\pi p_0^2} q \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-q} \theta(p - p_0), \quad (2.8)$$

где  $q = 3u_1/\Delta u$ ,  $\theta(x)$  — функция Хевисайда. Отсюда видно, что два механизма инжекции работают аддитивно, причем в случае произвольных спектров инжектированных частиц  $f_0 = Q_0(p)/u_1$  и  $f_\infty(p)$  функция распределения ускоренных частиц за ударным фронтом будет иметь вид

$$f_2(p) = \int_0^\infty (f_0(p') + f_\infty(p')) G(p, p') dp',$$

где

$$G(p, p') = \left( \frac{p}{p'} \right)^{-q} \frac{q}{p'} \theta(p - p')$$

является функцией Грина задачи ускорения частиц плоской ударной волной.

Как показывает выражение (2.8), важной особенностью процесса регулярного ускорения является универсальная форма спектра ускоренных частиц — показатель  $\gamma = q + 2$  для плотности  $n \sim p^{-\gamma}$

$$\gamma = (\sigma + 2) (\sigma - 1)^{-1} \quad (2.9)$$

полностью определяется значением степени сжатия вещества на ударном фронте, которая в рассматриваемом случае квазипараллельных ударных волн, когда магнитное поле динамически незначительно<sup>19, 40</sup>

$$\sigma = (\gamma_g + 1) \left( \gamma_g - 1 + \frac{2}{\text{Ma}_1^2} \right)^{-1},$$

определяется показателем адиабаты среды  $\gamma_g$  и числом Маха  $\text{Ma}_1 = u_1/c_s$ , где  $c_s = \left( \gamma_g \frac{P_{g1}}{\rho_1} \right)^{1/2}$  — скорость звука,  $P_{g1}$  — тепловое давление в среде перед фронтом. Для сильных волн ( $\text{Ma}_1 \gg 1$ ), распространяющихся в полностью ионизованной плазме ( $\gamma_g = 5/3$ )  $\sigma = 4$ , что дает  $\gamma = 2$ .

Единая универсальная форма спектра ускоренных частиц во всем диапазоне импульсов от  $p_0$  до  $\infty$  является, конечно, следствием идеализированной постановки задачи. Конечность размеров ударной волны и толщины ударного фронта в реальных случаях накладывают определенные ограничения на процесс ускорения.

Ограничения, связанные с конечностью размеров ударной волны  $R$ , качественно состоят в том, что если частица в процессе ускорения удаляется от фронта на расстояние, большее  $R$ , то она имеет малую вероятность вернуть-

ся к фронту и продолжить дальнейшее ускорение. Этот эффект можно приближенно учесть в рамках одномерной задачи. Для этого дополним рассмотренную выше ситуацию введением поглощающей поверхности, расположенной на расстоянии  $R$  перед фронтом. Тогда граничное условие  $f_1(-\infty, p) = 0$  ( $f_\infty = 0$ ) заменяется на  $f_1(-R, p) = 0$ , и стационарное решение уравнения (2.5) в отличие от (2.8) будет

$$f_1(x, p) = f_2(p) \frac{\exp\left(-\int_x^0 \frac{u_1}{\kappa_1} dx\right) - \exp\left(-\int_{-R}^0 \frac{u_1}{\kappa_1} dx\right)}{1 - \exp\left(-\int_{-R}^0 \frac{u_1}{\kappa_1} dx\right)},$$

$$f_2(p) = \frac{N_0}{4\pi p_0^3} q \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-q} \theta(p - p_0)$$

с показателем спектра

$$q = \frac{3\sigma}{\sigma-1} a, \quad a = \left[1 - \exp\left(-\int_{-R}^0 \frac{u_1}{\kappa_1} dx\right)\right]^{-1}. \quad (2.10)$$

Видно, что наличие поглощающей границы приводит к укручению спектра, поскольку  $a > 1$ . Если коэффициент диффузии является растущей функцией импульса, что реализуется практически всегда для быстрых частиц, то укручение спектра реально сказывается для частиц с импульсами  $p \gg p_m$ , где  $p_m$  определяется из соотношения  $g_1 \equiv R u_1 / \kappa_1(p_m) = 1$ . Поскольку спектр в области  $p > p_m$  в этом случае быстро спадает, значение  $p_m$  имеет смысл максимального импульса ускоренных частиц.

Влияние конечной толщины ударного фронта можно исследовать, рассматривая процесс ускорения на ударной волне с плавным профилем скорости

$$u(x) = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{u_1 - u_2}{2} \operatorname{th} \frac{x}{l}, \quad (2.11)$$

которая меняется от значения  $u_1 = u(-\infty)$  до  $u_2 = u(\infty)$  на характерной длине  $l$ .

Уравнение (2.1) в стационарном случае с постоянным коэффициентом диффузии путем замены пространственной переменной можно привести к виду<sup>58</sup>

$$\kappa \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{du}{dx} \frac{\partial f}{\partial u} \right) - u \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{p}{3} \frac{\partial f}{\partial p} = 0, \quad (2.12)$$

где  $du/dx = -2(u_1 - u)(u - u_2)/l(u_1 - u_2)$ . При этом источник частиц  $Q$  положен равным нулю и задача об ускорении сводится к нахождению решения уравнения (2.12) с краевым условием  $f(u = u_1, p) = f_\infty(p)$ . Как и прежде, не ограничивая общности, можно остановиться на случае моноэнергетического спектра инжектируемых частиц  $f_\infty(p) = (N_\infty/4\pi p_0^2) \delta(p - p_0)$ .

Методом разделения переменных  $f(u, p) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(u) p^{-q_n}$  уравнение (2.12) сводится к задаче Штурма — Лиувилля отыскания собственных функций  $F_n$  и собственных значений  $q_n$ . Функция  $F_0$ , отвечающая наименьшему собственному значению  $q_0$ , определяет поведение решения  $f(u, p)$  при больших импульсах. Эта функция не имеет узлов в интервале  $(u_1, u_2)$ , поэтому ее можно искать в виде  $F_0 = (u_1 - u)^\alpha$ . Подстановка  $f = F_0 p^{-q_0}$  в уравнение (2.12) дает

$$\alpha = \frac{l u_1}{2\kappa}, \quad q_0 = \frac{3\sigma}{\sigma-1} \left(1 + \frac{l u_2}{2\kappa}\right).$$

Как видим, в области больших значений импульса спектр имеет степенной вид, с показателем, растущим по величине с ростом толщины фронта, причем укрупнение спектра существенно при условии  $l \gg \kappa/u_2$ . Полное решение задачи, полученное с помощью преобразования Лапласа, приведено в <sup>58</sup>.

Таким образом, ограничения, вносимые конечными размерами ударной волны  $R$  и толщины ударного фронта  $l$  состоят в том, что эффективно ускоряются частицы, диффузионная длина для которых  $L(p) = \kappa_1(p)/u_1$  лежит в пределах

$$l \ll L(p) \ll R. \quad (2.13)$$

## 2.2. Темп регулярного ускорения

Роль того или иного механизма ускорения в конкретных физических условиях зависит от его эффективности, которая, в первую очередь, определяется темпом набора энергии ускоряемых частиц. Чем выше темп ускорения, тем менее существенную роль играют конкурирующие процессы, прежде всего разного рода потери энергии.

Темп регулярного ускорения можно установить, исследуя эволюцию спектра ускоренных частиц во времени. Для этого в уравнении (2.5) и граничных условиях (2.6) удобно перейти к лаплас-образам <sup>43, 59-64</sup>  $\bar{f}(x, p, s) = \int_0^\infty f(x, p, t) e^{-st} dt$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} - u \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} - s \bar{f} + \frac{1}{s} \frac{N_0}{4\pi p_0^2} \delta(p - p_0) = 0, \quad (2.14)$$

$$\bar{f}_1 = \bar{f}_2, \quad \kappa_1 \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial x} + \frac{u_1}{3} p \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial p} = \kappa_2 \frac{\partial \bar{f}_2}{\partial x} + \frac{u_2}{3} p \frac{\partial \bar{f}_2}{\partial p}, \quad (2.15)$$

где было принято, что источник частиц «включился» в момент времени  $t = 0 - Q = (N_0/4\pi p_0^2) \delta(p - p_0) \theta(t)$ . Решение уравнений (2.14), (2.15) в случае не зависящих от координаты  $x$  коэффициентов диффузии  $\kappa_{1,2}$  имеет вид

$$\bar{f}_i(x, p, s) = \frac{f_2(p)}{s} \exp \left\{ -\frac{3}{2} \int_{p_0}^p \frac{u_1 A_1 + u_2 A_2}{\Delta u} \frac{dp}{p} + x \frac{u_i}{2\kappa_i} \left[ 1 - (-1)^i \left( 1 + \frac{4s\kappa_i}{u_i^2} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (2.16)$$

где  $A_i = [1 + (4s\kappa_i/u_i^2)^{1/2} - 1]$ ,  $f_2(p)$  — стационарный спектр (2.8) на ударном фронте. Выполнить в общем случае обратное преобразование не удастся. Однако в практически важной области больших значений времени  $t \gg \kappa_i/u_i^2$  поведение решения установить не трудно. В этом случае для величин  $A_i$  можно использовать приближенное выражение  $2s\kappa_i/u_i^2$ , что дает возможность выполнить обратное преобразование Лапласа <sup>43, 63</sup>:

$$f_1(x, p, t) = f_2(p) \exp \left( \frac{xu_1}{\kappa_1} \right) \theta(t - t_a), \quad (2.17)$$

$$f_2(x, p, t) = f_2(p) \theta \left( t - t_a - \frac{x}{u_2} \right),$$

где

$$t_a = \int_{p_0}^p \frac{3}{u_1 - u_2} \left( \frac{\kappa_1}{u_1} + \frac{\kappa_2}{u_2} \right) \frac{dp}{p} \quad (2.18)$$

— время, необходимое для ускорения частицы от значения импульса  $p_0$  до  $p$ . Отсюда видно, что в каждый момент времени  $t$  на фронте ударной волны

в области импульсов  $p_0 \leq p \approx p_m(t)$  устанавливается стационарный универсальный спектр  $f \sim p^{-q}$ , причем максимальный импульс, который определяется соотношением  $t = t_a(p_m)$ , растет во времени в соответствии с уравнением  $dp_m/dt = p_m/\tau_a$ , вследствие чего величина

$$\tau_a = \frac{3}{u_1 - u_2} \left( \frac{\kappa_1}{u_1} + \frac{\kappa_2}{u_2} \right) \quad (2.19)$$

имеет смысл характерного времени ускорения.

Соотношение приближенного (2.17) и точного результата, который получается путем численного обратного преобразования Лапласа выражения (2.16), а также динамика установления стационарного спектра иллюстрируется на рис. 2, где изображена функция распределения ускоренных частиц на

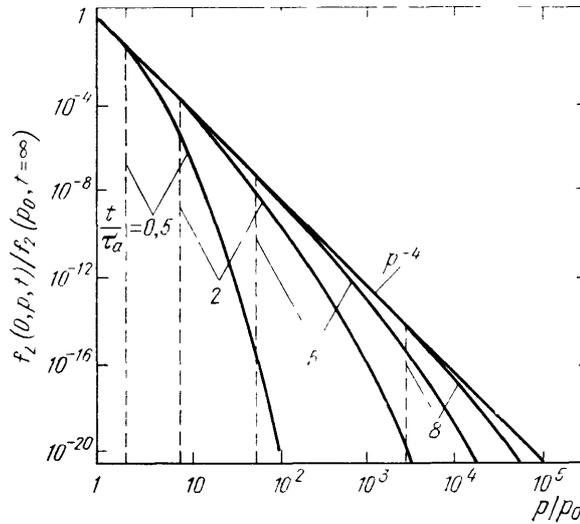


Рис. 2. Спектр частиц, ускоренных ударной волной со степенью сжатия  $\sigma = 4$ , для различных значений времени  $t$  с момента инжекции

фронте  $f_2(0, p, t)$  для случая сильной ударной волны ( $\sigma = 4$ ) и постоянных коэффициентов диффузии  $\kappa_1 = \kappa_2$ . Штриховыми линиями отмечены положения величины  $p_m(t)$ . Видно, что область значений импульсов, где спектр ускоренных частиц близок к стационарному  $f_2(p)$ , растет со временем в соответствии с выражением (2.17). Вместе с тем, в каждый момент времени в спектре имеется достаточно плавный протяженный участок, отвечающий импульсам  $p > p_m(t)$ .

Исследование развития процесса регулярного ускорения во времени может быть выполнено также в рамках модели случайных блужданий. Все основные результаты, полученные этим методом<sup>60,65-67</sup>, согласуются с приведенными выше.

Последовательный учет конкурирующих процессов, таких, как статистическое ускорение<sup>62,68-70</sup>, а также разного рода энергетические потери<sup>71-73</sup>, может быть осуществлен на основе уравнения (2.1), если его дополнить членами, описывающими эти процессы. Однако, не прибегая к процедуре решения уравнения переноса, которая в этих случаях довольно трудоемка, можно установить область значений импульса, для которой процесс регулярного ускорения является доминирующим и в которой не следует ожидать каких-либо изменений в спектре ускоренных частиц. Для этого достаточно сравнить время ускорения  $\tau_a$  с характерным временем  $\tau_i = |p/\langle dp/dt \rangle_i|$ , определяющим темп изменения импульса  $\langle dp/dt \rangle_i$  для конкурирующего процесса<sup>74</sup>. В той области импульсов частиц, где  $\tau_a \ll \tau_i$  процесс регулярного ускорения будет протекать без существенных изменений. Для статистических механизмов характерное время ускорения<sup>1,2</sup>  $\tau_s \sim \kappa \tilde{u}^{-2}$  определяется хаотической компонентой скорости рассеивающих центров  $\tilde{u}$ . В условиях кос-

мической плазмы роль рассеивающих центров выполняет главным образом магнитогиродинамическая турбулентность, для которой  $\tilde{u} \sim c_a$ . Отсюда  $\tau_a/\tau \sim \text{Ma}_1^{-2}$ , что означает преобладание регулярного ускорения над статистическим в окрестности сильных ударных волн, для которых число Маха велико.

Для релятивистских электронов основным видом потерь в космической плазме являются синхротронные и комптоновские потери<sup>75</sup>. Поскольку темп этих потерь быстро нарастает с энергией, следует ожидать наличие резкого обрыва в спектре ускоренных электронов при некоторой энергии  $p_m c$ , при которой темпы потерь и регулярного ускорения сравниваются<sup>71-74</sup>. Оценки, выполненные для случая ударных волн от вспышек сверхновых, дают<sup>2,74</sup>  $p_m c = 10^{13} - 10^{15}$  эВ.

Как электроны, так протоны и ядра более тяжелых элементов подвержены в плазме потерям энергии за счет кулоновских столкновений. Для релятивистских частиц кулоновские потери в космической среде малы и не играют существенной роли<sup>75</sup>. Потери могут оказаться существенными для частиц с энергией порядка тепловой энергии плазмы. Если инжекция частиц в режим ускорения осуществляется непосредственно из теплового распределения за ударным фронтом, то скорости инжектируемых частиц составляют величину  $\geq u_1$ , что в  $\text{Ma}_1$  раз превышает тепловую скорость ионов в области перед ударным фронтом. Поэтому в случае сильной ударной волны ( $\text{Ma}_1 \gg 1$ ) характерное время потерь энергии, которые в основном будут обусловлены столкновениями с электронами, можно определить по формуле<sup>76</sup>

$$\tau_q = \frac{3T_1^{3/2}}{8\sqrt{2\pi}} \frac{m_i}{m_e^{1/2} Z_1^2 e^4 N_1 L},$$

где  $e$ ,  $m_e$  — заряд и масса электрона,  $T_1$  и  $N_1$  — температура и плотность плазмы,  $L$  — кулоновский логарифм,  $m_i$  — масса частицы. Принимая для межзвездной плазмы  $T_1 = 5 \cdot 10^{-11}$  эрг ( $3 \cdot 10^5$  К) и  $N_1 = 3 \cdot 10^{-3}$  см<sup>-3</sup> — эта, так называемая корональная фаза занимает 70 % объема галактического диска<sup>77</sup> — из условия  $\tau_a < \tau_q$  получаем для протонов  $\kappa_1 < u_1^2 \cdot 10^{12}$  см<sup>2</sup>/с. Учитывая, что  $u_1 = \text{Ma}_1 c_s$ , а скорость звука  $c_s \approx 200$  км/с, можно видеть, что это соотношение выполняется практически для любых чисел Маха, поскольку в галактическом диске<sup>2</sup> даже при энергии  $\sim 1$  ГэВ  $\kappa \sim 10^{27}$  см<sup>2</sup>/с. Нетрудно показать, что учет кулоновских потерь в области за фронтом сильных ударных волн не вносит дополнительных ограничений, тем более что возмущенность среды, по-видимому, обеспечивает  $\kappa_2 \ll \kappa_1$ .

Еще менее существенны кулоновские потери энергии в межпланетной плазме, где<sup>1</sup>  $T = 10^5$  К,  $N = 7$  см<sup>-3</sup>,  $c_s = 50$  км/с, а коэффициент диффузии для области энергий  $\leq 1$  МэВ  $\kappa \leq 10^{21}$  см<sup>2</sup>/с.

Таким образом, в бесстолкновительной космической плазме имеется возможность осуществления безинжекционного режима регулярного ускорения — отсутствие заметных потерь энергии позволяет ускорять частицы непосредственно от тепловых энергий, не требуя их предварительного доускорения.

### 2.3. Ускорение частиц сферическими ударными волнами

Результаты исследования процесса регулярного ускорения плоской ударной волной имеют ограниченную область применения. В реальных условиях ударные волны не являются плоскими, они имеют сложные пространственно-временные характеристики. Это требует рассмотрения влияния конечности размеров, кривизны ударного фронта и реального закона его движения на процесс ускорения. Кроме этого, имеется еще одно существенное обстоятельство, принципиально отличающее реальную волну от плоской. Дело в

том, что космические ударные волны главным образом образуются либо в результате взрывоподобных процессов на звездах (вспышки сверхновых, хромосферные вспышки и т. д.), либо в результате торможения сверхзвуковых потоков истекающей с поверхности звезд плазмы (звездные ветры). В силу этого либо область перед ударным фронтом, либо за фронтом представляет собой расходящиеся потоки плазмы. Расширение плазмы ( $\nabla u > 0$ ) будет приводить к адиабатическому замедлению частиц в соответствии с законом (2.3), что также может оказывать существенное влияние на пространственное распределение и спектр ускоренных частиц.

При переходе к трехмерному случаю вычислительные трудности непомерно возрастают. Поэтому все основные результаты, полученные к настоящему времени, относятся к сферически-симметричному случаю, когда уравнение переноса (2.1) записывается в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \kappa r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) - u \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) \frac{p}{3} \frac{\partial f}{\partial p} + Q, \quad (2.20)$$

в предположении, что величины  $f$ ,  $\kappa$ ,  $u$ ,  $Q$  зависят только от одной пространственной координаты  $r$ . Граничные условия на ударном фронте (2.4) в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} f_1 = f_2, \quad \kappa_1 \frac{\partial f_1}{\partial r} + \frac{u_1}{3} p \frac{\partial f_1}{\partial p} = \\ = \kappa_2 \frac{\partial f_2}{\partial r} + \frac{u_2}{3} p \frac{\partial f_2}{\partial p} + \text{sign} [u(R-0) - u(R+0)] Q_0, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где  $Q_0(r=R)$  — часть источника  $Q$ , сосредоточенная в области  $r=R$ .

### 2.3.1. Стоячая ударная волна

Исследование процессов ускорения заряженных частиц стоячей сферической ударной волной представляет интерес в связи с тем, что звездные ветры вследствие взаимодействия с межзвездной средой могут претерпевать ударный переход<sup>52,78</sup>. Вопрос этот тем более важен, что Солнце является звездой, характеризующейся наличием ветра. Скорость плазмы  $u$  как функция расстояния до звезды  $r$  может быть принята в виде<sup>52,78</sup>

$$u(r < R) = u_1, \quad u(r > R) = u_2 \left( \frac{R}{r} \right)^2, \quad (2.22)$$

где  $u_2 = u_1/\sigma$ . Аналитическое решение стационарного уравнения переноса удается получить только в отдельных случаях при специальном выборе коэффициента диффузии  $\kappa(r, p)$ <sup>79-81</sup>. Основные особенности этой задачи можно проанализировать, задавшись коэффициентом диффузии КЛ

$$\kappa(r < R) = \kappa_1 \left( \frac{r}{R} \right), \quad \kappa(r > R) = \kappa_2 \left( \frac{r}{R} \right), \quad (2.23)$$

что дает возможность, решая уравнения (2.20), (2.21), без труда установить спектр ускоренных частиц с импульсами  $p > p_0$ , превышающими импульс  $p_0$  частиц, инжектируемых на ударном фронте:

$$f_2(r, p) = f_1(R, p) \left[ 1 - \exp \left( - \frac{g_2}{2} \frac{R^2}{r^2} \right) \right] (1 - \beta)^{-1}, \quad (2.24)$$

$$f_1(r, p) = A \left( \frac{r}{R} \right)^{-s} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-q}, \quad (2.25)$$

где

$$\begin{aligned} q = \frac{3\sigma}{\sigma-1} \left[ 1 + \frac{2}{(\sigma-1)g_1} + \frac{\sigma}{(\sigma-1)^2} \frac{\beta}{1-\beta} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{(\sigma-1)g_1} \right] \left\{ \left[ 1 + \frac{8\beta\sigma^2}{(1-\beta)(\sigma-1)[2+(\sigma-1)g_1]^2} \right]^{1/2} - 1 \right\} \right], \\ s = \frac{2}{\sigma-1} + g_1 + \frac{2+(\sigma-1)g_1}{2(\sigma-1)} \left[ \left\{ 1 + \frac{8\beta\sigma^2}{(1-\beta)(\sigma-1)[2+(\sigma-1)g_1]^2} \right\}^{1/2} - 1 \right], \end{aligned}$$

$\beta = \exp(-g_2/2)$ ,  $g_{1,2} = u_{1,2} R/\kappa_{1,2}$ , амплитуда спектра ускоренных частиц  $A$  определяется темпом их инжекции.

Главной особенностью полученного решения, которая является общей для задач ускорения КЛ ударными волнами конечных размеров, является тот факт, что как пространственное распределение ускоренных частиц, так и форма их спектра, определяются значениями безразмерных параметров  $g_{1,2}$ . Физический смысл этих величин вытекает из того, что они, прежде всего, определяют степень воздействия движущейся рассеивающей среды характерного размера  $R$  на пространственное распределение КЛ: при  $g \ll 1$  это

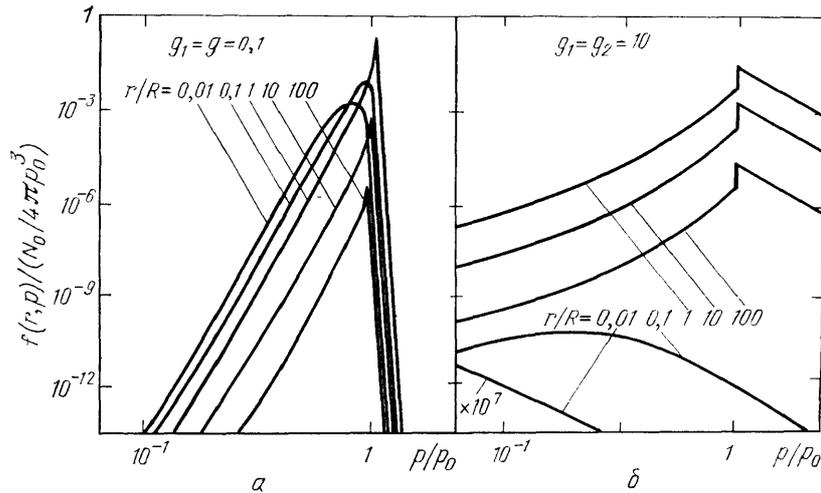


Рис. 3. Спектр частиц, ускоренных стоячей сферической ударной волной ( $\sigma = 4$ ) на различных расстояниях  $r$  в случае слабой (а) и сильной (б) модуляции

воздействие мало, при  $g \gg 1$  оно является определяющим. По этой причине величину  $g$  принято называть параметром модуляции.

Адиабатическое замедление в области  $r < R$  и конечность размеров ударной волны, приводящая к дополнительному уходу частиц из окрестности ударного фронта, снижают эффективность ускорения, что отражается в укрупнении спектра ускоренных частиц. Роль указанных двух факторов определяется величиной параметров модуляции  $g_1$  и  $g_2$  соответственно. При любых значениях этих параметров спектр ускоренных частиц более крутой, чем в плосковолновом случае. При увеличении параметра  $g_1$  роль замедления уменьшается. Происходит это потому, что при  $g_1 \gg 1$  длина диффузионного проникновения частиц в область  $r < R$  невелика,  $L = \kappa_1/u_1 \ll R$ . Темп адиабатического замедления здесь, согласно (2.3), равен  $\tau_{ad} = |\nabla \mathbf{u}/3|^{-1} \approx 3R/2u_1$ . Чтобы сравнить его с темпом ускорения, нужно учесть, что только часть  $\tau_{a1} = 3\kappa_1/\Delta u u_1$  времени ускорения  $\tau_a$  (см. (2.19)) частицы проводят в области 1. Учет фактора  $\tau_{a1}/\tau_a$  дает  $\tau_{ad}^{-1} \approx [2\kappa_1/(\sigma-1)Ru_1] \tau_a^{-1}$ , что значительно меньше темпа ускорения  $\tau_a^{-1}$  при  $\kappa_1 \ll Ru_1$ .

При  $g_1 \gg 1$  отличие показателя спектра ускоренных частиц

$$q = \frac{3\sigma}{\sigma-1} \left[ 1 + \frac{\sigma\beta}{(\sigma-1)^2(1-\beta)} \right]$$

от плосковолнового случая обусловлено только конечностью размеров ударной волны, причем, как видно отсюда, эффект этот качественно правильно описывается в рамках одномерной задачи с поглощающей границей (см. (2.10)). При больших значениях обоих параметров  $g_1$  и  $g_2$  показатель спектра ускоренных частиц  $q$  становится близким к плосковолновому значению  $3\sigma/(\sigma-1)$ .

Зависимость формы спектра частиц и их пространственного распределения от величины параметров модуляции иллюстрируется на рис. 3, где изо-

бражена функция распределения  $f(r, p)$  в зависимости от импульса частиц  $p/p_0$  для ряда значений расстояния  $r/R$  при значениях параметров модуляции  $g_1 = g_2 = 0,1$  и  $10$ . Этот рисунок наглядно демонстрирует уменьшение доли замедленных частиц ( $p < p_0$ ) при увеличении  $g_{1,2}$  и приближение формы спектра ускоренных частиц ( $p > p_0$ ) к плосковолновому пределу  $f \sim p^{-3\sigma/(\sigma-1)}$ .

Следует отметить, что хотя прикладное значение решения (2.24), (2.25) ограничено в силу специфического выбора коэффициентов диффузии (2.23), оно, тем не менее, наглядно показывает основные особенности процесса регулярного ускорения ударной волной конечных размеров.

### 2.3.2. Бегущая ударная волна

Исследование процесса ускорения частиц на фронте бегущей ударной волны представляет интерес прежде всего потому, что ударные волны, порождаемые при взрывах сверхновых звезд, рассматриваются как вероятный источник галактических космических лучей<sup>2,42,43</sup>.

Сложность задачи, вызванная ее существенной нестационарностью, не позволяет получить точное решение уравнения переноса (2.20). Однако основные особенности регулярного ускорения частиц бегущей ударной волной удастся исследовать на основе приближенных решений, полученных для законов расширения волны  $R \sim t^{2/5,82,83}$  и  $R \sim t^{1/2}$ <sup>63</sup>. Рассмотрим эту задачу с помощью метода<sup>84,85</sup>, который, хотя также позволяет получить только приближенное решение, пригоден для любого закона расширения  $R(t)$ . Суть этого метода состоит в том, что решение уравнения переноса (2.20) в области перед  $f_1(r, p, t)$  и за ударным фронтом  $f_2(r, p, t)$  выражаются через функцию распределения частиц на ударном фронте  $f_R(p, t) \equiv f_{1,2}(R, p, t)$ , которая затем может быть найдена из граничного условия (2.21). Особенно просто получить решение в области  $r < R$  за ударным фронтом, если использовать принимаемое обычно допущение о малости коэффициента диффузии частиц  $\kappa_2$ , что может быть в реальных случаях обеспечено высоким уровнем возмущенности среды в этой области. Если принять  $\kappa_2 \ll R\dot{R}$ , где  $\dot{R} \equiv dR/dt$  — скорость ударного фронта, можно пренебречь диффузионным членом в уравнении переноса (2.21):

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} = \frac{\nabla \mathbf{u}}{3} p \frac{\partial f_2}{\partial p} - u \frac{\partial f_2}{\partial r}.$$

Нетрудно видеть, что решение этого уравнения представимо в виде

$$f_2(r, p, t) = f_R(t_R, ap), \quad (2.26)$$

где фактор

$$a = \exp \int_{t_R}^t \frac{\nabla \mathbf{u}}{3} dt \quad (2.27)$$

отражает адиабатическое изменение энергии частиц,  $s(t)$  — решение уравнения  $ds/dt = u(s, t)$  с краевыми условиями  $s(t_R) = R(t_R)$ ,  $s(t) = r$ .

Во внешней области  $r > R$ , где  $u = 0$  решение уравнения переноса

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = \frac{\kappa_1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f_1}{\partial r} \right)$$

с краевым условием  $f_1(R, p, t) = f_R(p, t)$  можно представить в виде

$$f_1(r, p, t) = \frac{1}{4\sqrt{\pi r}} \int_0^t \frac{r - R(t')}{[\kappa_1(t-t')]^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{[r - R(t')]^2}{4\kappa_1(t-t')} \right\} \mu(t') dt', \quad (2.28)$$

где функция  $\mu(t)$  является решением интегрального уравнения <sup>86</sup>

$$\frac{\mu(t)}{2\kappa_1} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{R(t) - R(t')}{[\kappa_1(t-t')]^{3/2}} \exp\left\{-\frac{[R(t) - R(t')]^2}{4\kappa_1(t-t')}\right\} \mu(t') dt' = R(t) f_R(t). \quad (2.29)$$

Используя метод перевала, нетрудно получить решение этого уравнения при больших значениях параметра модуляции  $g_1 = R\dot{R}/\kappa_1$ :

$$\mu(t) = \kappa_1 \left(1 + \frac{b+1}{g_1}\right) R(t) f_R(t) + O\left(\frac{1}{g_1^2}\right), \quad (2.30)$$

где  $b = d \ln f_R / d \ln R$ . Это позволяет тем же методом выполнить интегрирование в выражении (2.28), что при  $g_1 \gg 1$  дает

$$f_1(r, p, t) = f_R(p, t) \frac{R}{r} \exp\left\{-g_1 \frac{r-R}{R} \left[1 + \frac{b+1-(v-1)v^{-1}}{g_1}\right]\right\}, \quad (2.31)$$

где  $v = d \ln R / d \ln t$ . Подстановка выражения (2.26) и (2.31) в граничное условие (2.21) приводит к уравнению для  $f_R(p, t)$ :

$$p \frac{\partial f_R}{\partial p} \left(\frac{\Delta u}{3} - \frac{\nabla \mathbf{u}}{3g_2} R\right) - u_1 \left[1 + \frac{b+2-(v-1)v^{-1}}{g_1} + \frac{bv}{g_2}\right] f_R = Q_0,$$

где  $g_2 = Ru_2/\kappa_2$ ,  $u_2 = u_1/\sigma$ ,  $u_1 = \dot{R}$ ,  $\Delta u = u_1 - u_2$ . Ограничиваясь, как и прежде, случаем моноэнергетического источника  $Q_0 = u_1 N_0 \delta(p - p_0) / 4\pi p^2$  получаем решение этого уравнения с точностью до членов  $\sim 1/g$ :

$$f_R(p, t) = \frac{N_0(t) q}{4\pi p_0^3} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-a} \theta(p - p_0),$$

$$q = \frac{3\sigma}{\sigma-1} \left[1 + \frac{d+2-(v-1)v^{-1}}{g_1} + \frac{dv + \nabla \mathbf{u}(R)(R/\Delta u)}{g_2}\right], \quad (2.32)$$

где параметр  $d = d \ln N_0 / d \ln R$  определяет зависимость мощности источника частиц от времени.

Таким образом, как показывают выражения (2.26), (2.31) и (2.32), распределение вблизи ударного фронта ускоренных частиц, для которых параметр модуляции велик,  $g_{1,2} \gg 1$ , такое же, как и для плоской волны. В случае зависящего от импульса коэффициента диффузии частиц,  $\kappa(p) = \kappa_0 (p/p_0)^\alpha$ ,  $\alpha > 0$ ,  $g_{1,2}(p_0) \gg 1$ , условию  $g_{1,2}(p) \gg 1$  отвечает область  $p_0 \leq p \leq p_m(t)$ , где величина  $p_m(t)$  определяется из соотношения  $g_1(p_m) = 1$ , если принять  $g_2(p) > g_1(p)$  ( $\kappa_2 < \kappa_1$ ). Из выражения (2.32) можно видеть, что в случае постоянного темпа инжекции ( $N_0 = \text{const}$ ,  $d = 0$ ) вблизи точки  $p = p_m$  показатель  $q$  заметно растет с ростом импульса  $p$ , т. е. в спектре имеется укручение. Поэтому величина  $p_m$  имеет смысл максимального импульса частиц, ускоряемых в данный момент времени  $t$ . Если же темп инжекции достаточно быстро падает со временем,  $N_0 \sim R^d$ ,  $d < -2 + (v-1)v^{-1}$  — вблизи импульса  $p_m$ , как видно из (2.32), будет наблюдаться не укручение, а наоборот, выполаживание спектра. Объяснение этого эффекта состоит в следующем. Частицы, которые к моменту времени  $t$  достигают импульса  $p > p_0$ , инжектируются в момент  $t' = t - \Delta t$ , опережающий  $t$  на величину  $\Delta t$  порядка времени ускорения  $t_a$  (см. (2.18)). Поскольку количество инжектированных за время  $t_a$  частиц  $N = 4\pi R^2(t) Q_0(t) t_a$ , а время ускорения  $t_a$  — растущая функция импульса, спектр ускоренных частиц будет уплощаться, если  $N(t)$  падающая функция времени. Знак производной  $dN/dt$  совпадает со знаком величины  $d + 2 - (v-1)v^{-1}$ , откуда следует, что при  $d > -2 + (v-1)v^{-1}$  спектр ускоренных частиц будет более крутым, а при  $d < -2 + (v-1)v^{-1}$  — более пологим, чем в плосковолновом случае. В то же время это означает, что при достаточно быстром спаде темпа инжекции вблизи фронта следует ожидать в заметном количест-

ве присутствие частиц с импульсами  $p > p_m(t)$ , которые были ускорены в более ранние моменты времени  $t' < t$ , при условии  $p_m(t') > p_m(t)$ .

Остановимся более подробно на важном случае расширения

$$R(t) = R_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{2/5}, \quad (2.33)$$

отвечающем адиабатической стадии эволюции ударных волн от вспышек сверхновых<sup>32</sup>. Скорость среды за ударным фронтом ( $r < R$ ) в этом случае можно принять в виде<sup>40</sup>

$$u(r, t) = \frac{\sigma-1}{\sigma} \frac{r}{R} \dot{R}. \quad (2.34)$$

При учете зависимости степени сжатия от времени  $-\sigma = 4/(1 + 3/\text{Ma}_1^2)$ ,  $\text{Ma}_1 = \dot{R}/c_s$  — выражение для функции распределения частиц за ударным фронтом, которое можно получить на основе формул (2.26), (2.27) и (2.32), довольно громоздко. В более простом случае больших чисел Маха  $\text{Ma}_1 \gg 1$

$$f_2(r, p, t) = \frac{N_0 q}{4\pi p_0^3} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-q} \left( \frac{r}{R} \right)^{\sigma(3+d)} \theta \left[ p - \left( \frac{r}{R} \right)^{1-\sigma} p_0 \right] \times \\ \times \theta \left\{ p_m \left[ t \left( \frac{r}{R} \right)^{5/2\sigma} \right] - p \right\}, \quad (2.35)$$

где

$$p_m(t) = p_0 \left( \frac{2}{5} \frac{R_0^2}{\kappa_{10}} \right)^{1/\alpha} \left( \frac{t}{t_0} \right)^{-1/5\alpha}, \quad (2.36)$$

если принять зависимость коэффициента диффузии от импульса  $\kappa_1(p) = \kappa_{10} (p/p_0)^\alpha$ . При постоянном темпе инъекции ( $d = 0$ ), как видно из выражения (2.35), плотность ускоренных частиц вследствие адиабатического замедления быстро убывает — как  $(r/R)^{3\sigma}$ . Такая ситуация может реализовываться, когда инжектируемыми частицами являются ГКЛ с однородной плотностью  $N_0$  в области перед ударным фронтом<sup>82, 63</sup>.

Если же частицы инжектируются в режим ускорения из теплового распределения за ударным фронтом, то следует ожидать, что темп их инъекции будет спадать со временем ( $d < 0$ ), поскольку температура плазмы за фронтом  $T_2 \sim \text{Ma}_1^2$  — падающая функция времени. Так, при  $d = -3$ , как показывает выражение (2.35), концентрация ускоренных частиц в возмущенной области не зависит от расстояния  $r$ . Этот случай отвечает рассмотренному ранее автомодельному решению уравнения переноса<sup>83</sup>.

В области перед фронтом распределение частиц с импульсами  $p_0 \leq p \leq p_m(t)$  описывается выражениями (2.31), (2.32). Поскольку величина импульса  $p_m$  согласно (2.36) падает со временем, то, как уже отмечалось, перед фронтом имеются в заметном количестве частицы с импульсами  $p > p_m(t)$ . Их распределение можно приближенно найти, пользуясь выражениями (2.28)—(2.30). Для этого удобно разбить интеграл по  $t'$  в выражении (2.28) на два — от  $t_0$  до  $t_p$ , и от  $t_p$  до  $t$ , где время  $t_p$  определяется соотношением  $\kappa_1(p) = R(t_p) \dot{R}(t_p)$ , и решать уравнение относительно  $f_1(r, p, t)$  методом итераций, что дает

$$f_1(r, p, t) \approx \frac{A}{4(\pi\kappa_1)^{1/2} t^{3/2}} \exp \left( -\frac{r^2}{4\kappa_1 t} \right), \quad (2.37)$$

где

$$A = \int_{t_0}^{t_p} f_R(p, t') dt',$$

а  $f_R$  определяется выражением (2.32). Отсюда видно, что частицы с импульсами  $p > p_m(t)$  занимают область с характерным размером  $R_p \approx (\kappa_1 t)^{1/2}$ , который увеличивается быстрее, чем размер ударной волны  $R(t) \sim t^{2/5}$ .

Наличие убегающих — опережающих ударный фронт ускоренных частиц является важной особенностью, отличающей процесс ускорения бегущей волной от плоского случая. Эти частицы могут уносить заметную часть энергии, в силу чего они могут являться важным фактором, влияющим на структуру и динамику ударной волны.

#### 2.4. Ускорение частиц ансамблем ударных волн

Генерация частиц максимально высоких энергий представляет особый интерес в связи с проблемой происхождения ГКЛ. Как было показано выше, частицы, ускоряемые индивидуальной ударной волной конечных размеров, по достижению некоторого максимального значения импульса  $p_m$  начинают интенсивно покидать окрестность ударного фронта. Если в системе в это время присутствует некоторое число других волн, то эти частицы, взаимодействуя с ними, могут продолжать увеличивать энергию. Такой процесс доускорения возможен, если по-прежнему за фронтом каждой ударной волны коэффициент диффузии мал <sup>83,87,88</sup> —  $g_2 \gg 1$ .

Исходя из самых общих соображений, можно показать, что спектр ускоряемых таким образом частиц будет таким же, как и на фронте отдельной ударной волны. Действительно, как было показано в разделе 1, универсальная форма спектра ускоренных частиц является следствием двух условий:

1) при двукратном пересечении фронта среднее приращение импульса частицы составляет  $\Delta p = (4/3) (\Delta u/v) p$ ; 2) вероятность частице вернуться к фронту из области перед фронтом —  $P_1 = 1$ , из области за фронтом —  $P_2 = 1 - (4u_2/v)$ . При этом совершенно безразлично, взаимодействует ли частица каждый раз с одним и тем же фронтом, либо с разными. Оба эти условия выполнены, если выполняется соотношение  $g_2 \gg 1$ , а также если характерное время  $\tau_e$  пребывания частиц в объеме  $V$ , в котором заключены ударные волны, много больше времени ускорения  $\tau_a$ . Чтобы установить, какими факторами в этом случае определяется характерное время ускорения, рассмотрим этот процесс более детально.

Будем для определенности считать, что ударные волны расширяются по автомодельному закону (2.33). Если также принять, что по достижению некоторого максимального размера  $R_m$  ударные волны диссипируют (точнее, перестают оказывать влияние на КЛ), причем на смену им рождаются новые, полное число ударных волн  $N_s$  в системе можно считать неизменным. Стационарное уравнение для усредненной по пространству плотности ускоренных частиц  $n$  нетрудно получить почленно домножая уравнение переноса (2.1) на  $4\pi p^2$  и интегрируя по всему объему системы  $V$  с учетом того, что в силу принятых условий —  $g_1 \ll 1$ ,  $g_2 \gg 1$  — распределение КЛ между ударными волнами близко к однородному, а в возмущенных областях описывается выражением (2.35) при  $d = 0$ :

$$\frac{1}{\tau_a} \frac{dpn}{dp} + \frac{n}{\tau} + \frac{n}{\tau_e} = 0, \quad (2.38)$$

где  $\tau_e$  — среднее время пребывания частиц в системе, ограниченное их диффузионным выходом через границу объема  $V$ ;

$$\tau_a = V \left[ \sum_{k=1}^{N_s} 4\pi R_k^2 \dot{R}_k \frac{\sigma_k - 1}{3(\sigma_k + 1)} \right]^{-1} \quad (2.39)$$

— характерное время ускорения, обусловленное коллективным воздействием всех  $N_s$  ударных волн;  $\tau = V [\sum_{k=1}^{N_s} 4\pi R_k^2 \dot{R}_k / (\sigma_k + 1)]^{-1}$ ; для простоты возможными эффектами пересечения ударных волн пренебрегается.

Решением уравнения (2.39) является степенной спектр  $n \sim p^{-\gamma}$ , причем показатель  $\gamma = (\tau_a/\tau) + (\tau_a/\tau_e)$  в случае, когда все ударные волны являются одинаково сильными,  $\sigma_k = \sigma$ :

$$\gamma = (\sigma + 2)(\sigma - 1)^{-1} + \tau_a \tau_e^{-1} \quad (2.40)$$

для области импульсов, где  $\tau_a \ll \tau_e$ , такой же, как для спектра, генерируемого отдельной ударной волной.

При уменьшении параметра модуляции  $g_2$  распределение частиц во внутренних областях ударных волн, в отличие от (2.35), становится все более однородным. Нетрудно видеть, что это ведет к относительному увеличению роли адиабатического замедления, а следовательно, к снижению среднего темпа ускорения. Так, в предельном случае  $g_2 = 0$  ( $\nabla u f$ ) = 0 и ускорение полностью отсутствует. Поскольку слабая модуляция распределения частиц во внутренней области ударной волны имеется и при  $g_2 \ll 1$ , некоторый эффект ускорения будет иметь место и в этом случае, который фактически совпадает с тем, что был рассмотрен в работах <sup>89-91</sup>, где исследовался процесс ускорения частиц сверхзвуковой турбулентностью, для которого, именно в силу слабой модуляции, темп ускорения  $1/\tau_a$  второго порядка по малому параметру  $\dot{R}/v$ , значительно ниже, чем в случае, рассмотренном здесь.

Максимальный импульс частиц, ускоряемых посредством коллективного механизма,

$$p_m = \min \{p_{m1}, p_{m2}\}, \quad g_2(p_{m1}) = 1, \quad \tau_e(p_{m2}) = \tau_a \quad (2.41)$$

ограничивается либо возрастанием скорости выхода частиц из системы (уменьшением времени пребывания в системе  $\tau_e$  с ростом импульса), либо ослаблением модуляции ударными волнами частиц с большими импульсами. Коллективное ускорение частиц будет иметь существенное значение в тех случаях, когда эта величина  $p_m$  окажется больше максимального импульса частиц, генерируемых отдельной ударной волной.

### 3. НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА РЕГУЛЯРНОГО УСКОРЕНИЯ

Жесткий спектр частиц, ускоренных сильной ударной волной, является причиной того, что рассчитанная в линейном приближении энергия

$$E = 4\pi \int_{p_0}^{p_m} \epsilon p^2 f dp$$

( $\epsilon$  — кинетическая энергия частицы), которая является растущей функцией импульса обрезания  $p_m$ , может формально превысить полную внутреннюю энергию плазмы. Этому способствует тот факт, что ускоренные частицы, которые в области перед ударным фронтом имеют анизотропное распределение, могут генерировать магнитогидродинамические волны, что повышает рассеивающие свойства среды и ведет в конечном счете к росту максимального импульса  $p_m$ . Все это говорит о том, что последовательная теория процесса регулярного ускорения должна быть существенно нелинейной. Она должна включать в себя решение задачи о самосогласованной плазменной турбулентности, а также учет модификации структуры ударной волны давлением ускоренных частиц, которая, в свою очередь, влияет на сам процесс ускорения. Не менее важным является также вопрос о темпе инжекции частиц плазмы в режим ускорения.

Полное последовательное решение перечисленных задач в настоящее время далеко от завершения в силу их сложности. Достигнутые в этом направлении успехи связаны, прежде всего, с развитием моделей, которые тот или иной из аспектов этой нелинейной проблемы учитывают на полупефеномонологическом уровне. Тем не менее, в рамках этих моделей удается получить ряд важных результатов, имеющих фундаментальное значение.

### 3.1. Магнитогиродинамическая структура ударной волны в газе с космическими лучами

Магнитогиродинамическое описание структуры ударной волны с учетом влияния ускоренных частиц основывается на системе обычных МГД уравнений, в которую наряду с величинами, характеризующими состояние тепловой плазмы (газа) входят макроскопические характеристики ускоренных частиц (космических лучей) — давление

$$P_c = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} p^3 v f dp$$

и поток энергии,

$$F_{c\alpha} = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} \epsilon v f_{\alpha} p^2 dp,$$

а также давление  $P_w$  и поток энергии  $F_w$  плазменной турбулентности, которая может генерироваться в окрестности ударного фронта частицами КЛ. В одномерном случае плоской ударной волны, распространяющейся вдоль силовых линий регулярного магнитного поля  $B$  против оси  $x$ , МГД уравнения в системе покоя ударного фронта имеют вид <sup>30,92-96</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2 + P_g + P_c + P_w) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\rho u^2}{2} + E_g + E_c + E_w \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho u \left( \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} \frac{P_g}{\rho} \right) + F_c + F_w \right] &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $\rho$ ,  $u$ ,  $P_g$  и  $\gamma_g$  — плотность, скорость, давление и показатель адиабаты газа;  $E_g$ ,  $E_c$ ,  $E_w$  — плотность внутренней энергии газа, КЛ и турбулентности.

Уравнения, связывающие давление и поток энергии КЛ, получаются в результате почленного интегрирования уравнения переноса (2.1) по  $4\pi \epsilon p^2 dp$  с использованием выражения (2.2) для первого момента функции распределения

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{P_c}{\gamma_c - 1} \right) + \frac{\partial F_c}{\partial x} = w \frac{\partial P_c}{\partial x} - \bar{Q}, \quad F_c = \frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1} w P_c - \frac{\bar{\kappa}}{\gamma_c - 1} \frac{\partial}{\partial x} P_c, \quad (3.2)$$

где

$$\bar{Q} = 4\pi \int_0^{\infty} \epsilon Q p^2 dp$$

— плотность источника энергии КЛ; эффективный коэффициент диффузии КЛ определяется выражением

$$\bar{\kappa} = \int_0^{\infty} dp p^3 v \kappa \frac{\partial f}{\partial x} \left( \int_0^{\infty} dp p^3 v \frac{\partial f}{\partial x} \right)^{-1}$$

и считается в этой теории заданной, положительно-определенной константой;  $w$  — скорость рассеивающих центров, которая везде прежде полагалась равной скорости плазмы  $u$ . В случае, когда основным типом плазменной турбулентности являются альвеновские волны, генерация которых осуществляется вследствие анизотропного распределения КЛ перед фронтом ударной волны<sup>31,32</sup>, скорость рассеивающих центров будет  $u - c_a$ <sup>97</sup>. Уравнения для давления  $P_w = \delta B^2/8\pi$  и потока энергии альвеновских волн, получаемые на основе квазилинейной теории, имеют вид<sup>94,95,98,99</sup>

$$2 \frac{\partial P_w}{\partial t} - u \frac{\partial P_w}{\partial x} + \frac{\partial F_w}{\partial x} = u \frac{\partial P_c}{\partial x} - \bar{L}, \quad (3.3)$$

$$F_w = P_w (3u - 2c_a),$$

где  $\delta B$  — амплитуда альвеновских волн,  $\bar{L}$  — плотность стока энергии, описывающего затухание альвеновских волн.

Сравнительно простая форма МГД уравнений (3.1) — (3.3) явилась следствием предположения о том, что частицы газа и КЛ хорошо разнесены по энергии. Именно потому, что частицы КЛ намного более энергичны по сравнению с тепловыми, их вклад в плотность  $\rho$  не учитывается. По этой же причине, даже если инжекция КЛ осуществляется из тепловой плазмы, источником энергии  $\bar{Q}$  обычно пренебрегают. Уравнения (3.1) в стационарном случае отражают сохранение потоков вещества, импульса и энергии соответственно и фактически являются обобщением соотношений Ренкина — Гюнио:

$$\begin{aligned} \rho u &= \text{const}, \\ \rho u^2 + P_g + P_c + P_w &= \text{const}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\rho u \left( \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} \frac{P_g}{\rho} \right) + F_c + F_w = \text{const}.$$

Характер модификации ударной волны, обусловленной воздействием КЛ, особенно наглядно можно проследить в предельном случае холодной плазмы перед фронтом ( $P_{g1} \equiv P_g (-\infty) \ll P_{c1}$ ). Если при этом пренебречь динамикой альвеновской турбулентности, оказывается возможным получить стационарное решение уравнений (3.1), (3.2) в аналитическом виде. Можно показать, что эти уравнения сводятся к уравнению для скорости

$$\bar{\kappa} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\gamma_c + 1}{2} (u - u_1)(u - u_2). \quad (3.5)$$

Решение этого уравнения<sup>93</sup>

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{u_1 - u_2}{2} \text{th} \frac{(\gamma_c + 1)(u_1 - u_2)x}{4\bar{\kappa}} \quad (3.6)$$

описывает плавный переход от значения  $u(-\infty) = u_1$  до  $u(\infty) = u_2 = u_1/\sigma$  на характерной длине  $L \sim \bar{\kappa}/u_1$ , где

$$\sigma = \left[ \frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c + 1} + \frac{2}{\text{Ma}_1^2 (\gamma_c + 1)} \right]^{-1}$$

— степень сжатия вещества на ударном фронте,  $\text{Ma}_1 = \rho_1 u_1^2 / \gamma_c P_c$  — число Маха. При этом вся внутренняя энергия плазмы за ударным фронтом приходится на космические лучи,  $P_{c2} = P_2 = P_{c1} [1 + \text{Ma}_1^2 \gamma_c (\sigma - 1)/\sigma]$ .

В общем случае произвольных значений параметров среды перед фронтом  $P_{g1}$ ,  $P_{c1}$ ,  $\text{Ma}_1$ <sup>92,93</sup> с учетом динамики турбулентного поля  $\delta B$ <sup>94,95</sup> структура ударной волны более сложная. Наряду с участком плавного изменения всех параметров на характерной длине  $L \sim \bar{\kappa}/u_1$  (предфронт) имеется тепловой фронт. Как и в обычной гидродинамической теории, не учитывающей эффекты вязкости и теплопроводности<sup>19,20</sup>, тепловой фронт представляет собой

разрыв в поведении параметров газа \*)  $\rho$ ,  $u$ ,  $P_g$  как функций  $x$ , причем их значения по обе стороны разрыва связаны соотношениями Ренкина — Гюгонио (3.4), в которых параметры КЛ являются всюду непрерывными. В отличие от (3.5) уравнение для  $u$ , к которому сводится в стационарном случае система уравнений (3.1)—(3.3), в общем случае имеет вид<sup>94</sup>

$$\frac{du}{dx} = \frac{(u_1 - u) \Phi(u)}{dP_c/du}, \quad (3.7)$$

где функция  $\Phi$  зависит от параметров среды перед ударным фронтом  $P_{g1}$ ,  $P_{c1}$ ,  $P_{w1}$ ,  $Ma_1$ . Наличие или отсутствие в структуре ударной волны разрыва — теплового фронта — зависит от того, как соотносятся между собой значения  $u_\infty < u_1$  — корня уравнения  $\Phi(u) = 0$  и  $u_*$ , при котором давление КЛ достигает максимума и производная  $\frac{dP_c}{du}$  обращается в нуль. Смысл величины  $u_*$  определяется также тем, что давление КЛ  $P_c(u)$  удовлетворяет уравнению<sup>94</sup>

$$\frac{dP_c}{du} = \frac{\rho_1 u_1}{u^2} (c_s^2 - u^2),$$

где

$$c_s = \left[ \frac{d}{d\rho} (P_g + P_w) \right]^{1/2}$$

играет роль скорости звука при наличии в среде альвеновской турбулентности<sup>100</sup>. В точке  $u_*$ , где давление  $P_c$  достигает максимума, скорость плазмы  $u$

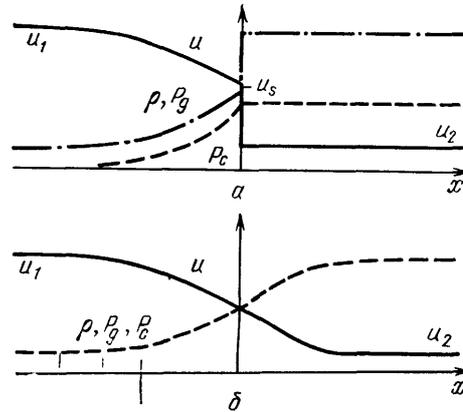


Рис. 4. Схематические случаи гладкой (а) и смешанной (б) структуры модифицированной давлением космических лучей ударной волны

сравнивается с местной скоростью звука. Если  $u_* < u_\infty$ , то тепловой фронт отсутствует и ударная волна имеет гладкую структуру, представляя собой плавный переход от значения  $u_1$  до  $u_2 = u_\infty$  на длине  $L \sim \tilde{\kappa}/u_1$ , причем течение газа за ударным фронтом остается сверхзвуковым —  $u_2 > c_s$ . В случае  $u_* > u_\infty$  в структуре ударной волны с необходимостью возникает тепловой фронт — скачок функции  $u(x)$  в некоторой точке  $x_0$  от значения  $u_s > u_*$  до  $u_2 < u_\infty$ . Схематически случаи гладкой и смешанной структуры ударной волны изображены на рис. 4.

Соотношения между  $u_s$  и  $u_\infty$ , а также величины  $u_s$  и  $u_2$  зависят от параметров  $K = P_{c1} (P_{c1} + P_{g1})^{-1}$ ,  $Ma_1$  и вида функции  $\bar{L}$ , определяющей затухание альвеновских волн. Важно отметить, что функция  $\bar{L}$  фактически опре-

\*) Принятый нами термин «тепловой фронт» отражает тот факт, что в рассматриваемом случае разрыв по отношению к тепловой плазме аналогичен фронту ударной волны в обычном газе (но не таким более частным понятием, как изотермический скачок уплотнения<sup>95</sup>).

деляет степень адекватности уравнений (3.3): если затухание мало, то амплитуда альвеновских волн в области предфронта может достигать больших величин  $\delta B/B \gg 1$ , что нарушает применимость квазилинейной теории, на основе которой получены уравнения (3.3).

Поскольку нелинейная теория альвеновских волн далека от завершения, представляет интерес исследование МГД структуры ударной волны, выполненные для случая сильного затухания, когда амплитуда альвеновских волн ограничена на уровне  $\delta B/B < 1$  и в каждой точке достигается баланс между темпом генерации и затухания —  $\bar{L} = c_a \partial P_c / \partial x$  (заметим, что в случае не слишком сильных ударных волн с числами Маха  $Ma_1 \leq 10$  нелинейное затухание Ландау ограничивает рост турбулентности на уровне  $\delta B/B \leq 1^{90}$ ).

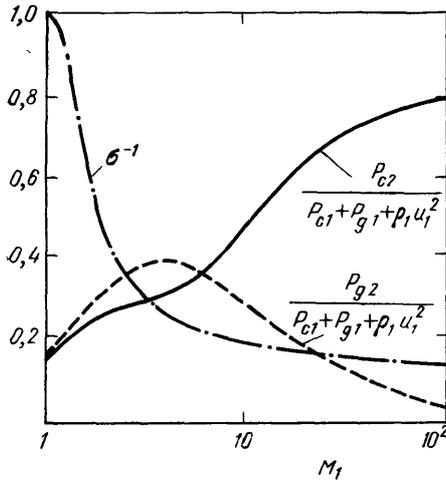


Рис. 5. Давление газа  $P_{g2}$ , космических лучей  $P_{c2}$  и степень сжатия  $\sigma$  за ударным фронтом в зависимости от числа Маха  $Ma_1 (M_1)$  <sup>95</sup>

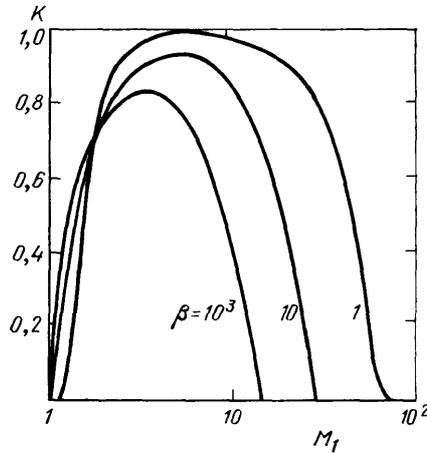


Рис. 6. Кривые  $K(M_1)$ , разделяющие области изменения  $K = P_{c1} / (P_{g1} + P_{c1})$  и  $M_1$ , соответствующие гладкой ( $K > K(M_1)$ ) разрывной ( $K < K(M_1)$ ) структуре ударных волн <sup>95</sup> ( $M_1$  — число  $Ma_1$ )

Работа, производимая градиентом давления КЛ, идет в этом случае на нагрев газа, вследствие чего он может существенно нагреваться не только при переходе через тепловой фронт, но также и в области предфронта, где его состояние описывается уравнением <sup>94</sup>

$$\frac{u \rho^{\gamma_g - 1}}{\gamma_g - 1} \frac{d}{dx} \frac{P_g}{\rho^{\gamma_g}} = \bar{L}.$$

Дополнительный нагрев газа понижает эффективность ускорения, т. е. снижает относительную долю энергии, переходящей частицам КЛ. Тем не менее, как показывают численные решения уравнений (3.1)–(3.3), эффективность ускорения остается достаточно высокой. Это видно на примере рис. 5, где представлены результаты расчетов <sup>95</sup> величин  $\sigma$ ,  $P_{g2} (P_{c1} + P_{g1} + \rho_1 u_1^2)^{-1}$  и  $P_{c2} (P_{c1} + P_{g1} + \rho_1 u_1^2)^{-1}$  для случая  $K = 0,5$ ,  $\beta = 8\pi P_{g1} / B^2 = 1$ . Из рисунка видно, что более половины давления за ударным фронтом при числах Маха  $\geq 10$  приходится на ускоренные частицы. Расчет был выполнен для  $\gamma = 4/3$ , вследствие чего степень сжатия  $\sigma = \rho_2 / \rho_1$  при больших числах Маха стремится к предельному значению  $\sigma = 7$ .

Результаты расчета <sup>95,96</sup>, представленные на рисунке 6 в виде графиков зависимости  $K$  от  $Ma_1$  для разных значений параметра  $\beta$ , показывают, при каких значениях параметров  $K$  и  $Ma_1$  в структуре ударной волны имеется тепловой фронт (область под кривой  $K(Ma_1)$ ), а при каких — отсутствует

(область над кривой  $K(Ma_1)$ ). Так, при  $K = 0,5$  и  $\beta = 1$  практически для любых чисел Маха, меньших 50, реализуется решение с тепловым фронтом.

Анализ показывает<sup>102</sup>, что при учете эффектов вязкости, разрывные решения МГД системы уравнений реализуются как непрерывные, в которых реальная толщина теплового фронта определяется коэффициентами вязкости.

Таким образом, МГД подход, который можно обобщить на случай магнитного поля произвольной ориентации<sup>103</sup>, позволил выявить ряд важных особенностей процесса ускорения КЛ ударными волнами. Он продемонстрировал, что на долю КЛ в ударных волнах должна приходиться существенная часть (в некоторых случаях вся) внутренней энергии плазмы; выявил особенности процесса генерации и затухания альвеновских волн вблизи ударного фронта и их влияние на эффективность ускорения.

Вместе с тем, следует отметить упоминавшийся уже в литературе недостаток МГД подхода. В этой теории отсутствует информация о спектре КЛ  $f(p)$ , причем, что особенно важно, в ней отсутствует такой важный параметр, как импульс обрезания  $p_m$ . Теория дает ответ на вопрос, какая доля энергии в ударной волне приходится на КЛ, и, естественно, не в состоянии решить вопрос о том, возможно ли это при конкретном конечном значении  $p_m$ . Важность этого момента, на который, в частности, обращалось внимание в работе<sup>104</sup>, особенно ясно видна на следующем примере. Как показывают МГД расчеты<sup>92</sup>, при достаточно больших числах Маха  $Ma_1$  на фронте ударной волны давление имеет конечное значение, даже если перед ударной волной КЛ не было ( $P_{c1} = 0$ ). Смысл такого решения состоит в том, что исчезающе малое количество КЛ в силу их жесткого спектра, простирающегося до бесконечности, может содержать конечную энергию. Однако ясно, что такая ситуация не может реализоваться при сколь угодно большом, но конечном импульсе обрезания  $p_m$ . Поэтому вопрос об эффективности процесса регулярного ускорения в условиях реальных систем с конечным значением  $p_m$ , должен исследоваться в рамках подходов, в которых эта величина присутствует в явном виде.

### 3.2. Кинетическая модель регулярного ускорения

Коллективный характер процессов рассеяния частиц в бесстолкновительной плазме является причиной того, что рассеяние быстрых частиц носит квазиупругий характер. Элементарный акт рассеяния в системе отсчета, связанной с рассеивающим центром, осуществляется упруго. Физически это связано с тем, что рассеивающий центр представляет собой конгломерат большого числа тепловых частиц, вследствие чего изменение его энергии в процессе рассеяния пренебрежимо мало.

Для того, чтобы описать в рамках единого подхода не только процесс ускорения, но также процесс нагрева частиц плазмы на тепловом фронте с последующей инжекцией некоторой их доли в режим ускорения, можно допустить, что характер движения тепловых частиц в бесстолкновительной плазме такой же, как и быстрых<sup>105–109</sup>. Хотя сколь-нибудь строгое обоснование этого предположения вряд ли возможно, тем не менее, его использование позволяет внутренне непротиворечивым образом промоделировать процесс регулярного ускорения в случае, когда инжекция осуществляется непосредственно из теплового распределения частиц без их дополнительного доускорения. В целях упрощения, можно предположить, что рассеяния частиц происходят изотропно. В этом случае распространение частиц плазмы описывается единственным параметром  $\tau$  — средним временем между рассеяниями. Эта величина непосредственно связана с уровнем плазменной турбулентности. Ограничиваясь, как и прежде, случаем, когда регулярное магнитное поле перпендикулярно фронту, в одномерном стационарном случае для функции распределения нерелятивистских ( $v \ll c$ ) частиц можно написать

уравнение Больцмана

$$v\mu \frac{\partial f}{\partial x} = St f, \quad (3.8)$$

где  $\mu$  — косинус угла между вектором скорости частицы  $v$  и осью  $x$ . При этом пренебрегается возможными эффектами разделения зарядов в плазме, в силу чего самосогласованная структура ударной волны полностью определяется давлением ионов основного сорта, которыми в космической плазме являются протоны. Учитывая сделанные предположения о характере рассеяний и пренебрегая хаотическими движениями рассеивающих центров, которые имеют в каждой точке  $x$  определенную скорость  $u(x)$ , интеграл столкновений можно представить в виде

$$St f' = [\langle f' \rangle \theta(p'_m - p') - f'] \tau^{-1}, \quad (3.9)$$

где штрихи указывают на принадлежность к локальной системе отсчета, связанной с рассеивающими центрами, а угловые скобки — на усреднение по  $\mu$ :

$$\langle F \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F(\mu) d\mu.$$

Интеграл столкновений (3.9) показывает, что по достижении импульса  $p_m$  частицы покидают систему. Переходя в левой части уравнения (3.8) к локальной системе отсчета —  $r' = r$ ,  $v' = v - u$  — и опуская в дальнейшем штрихи у величин, можно получить <sup>105,106,112,113</sup>

$$(v\mu + u) \left[ \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{dx} \left( \mu \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{1-\mu^2}{v} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) \right] = [\langle f \rangle \theta(p_m - p) - f] \tau^{-1}. \quad (3.10)$$

Интеграл столкновений (3.9) в общем случае не удовлетворяет необходимому требованию сохранения суммарного импульса и энергии частиц в каждом акте их рассеяния. Нетрудно убедиться, что эти условия соблюдаются, если выполнено соотношение <sup>105,106</sup>

$$\left\langle \mu \int_0^{p_m} \frac{fv}{\tau} p^2 dp \right\rangle = 0, \quad (3.11)$$

которое в дополнение к кинетическому уравнению (3.10) служит для нахождения самосогласованного профиля скорости  $u(x)$ .

Учитывая, что для быстрых частиц реализуется растущий с энергией коэффициент диффузии<sup>1,2</sup>  $\kappa = \tau v^2/3$ , остановимся на наиболее простом, с точки зрения вычислений случае постоянного  $\tau$ . В этом случае условие самосогласования (3.11) эквивалентно обращению в нуль плотности потока вещества  $j$ .

Домножая уравнение (3.10) последовательно на  $2\pi m p^2$ ,  $2\pi (p\mu + mu) p^2$ ,  $\pi m [(v\mu + u)^2 + v^2 (1 - \mu^2)]$  и интегрируя по  $p$ ,  $\mu$ ,  $x$ , где  $m$  — масса ионов основного сорта, можно с учетом (3.11) получить интегральные соотношения

$$\rho u = \rho_1 u_1 - j_m, \quad (3.12)$$

$$\rho u^2 + P_{xx} = \rho_1 u_1^2 + P_1 - q_m, \quad (3.13)$$

$$\frac{\rho u^3}{2} + F + u (P_{xx} + E) = \frac{\rho_1 u_1^3}{2} + \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} P_1 - F_m, \quad (3.14)$$

где

$$\rho = 4\pi m \left\langle \int_0^{\infty} f p^2 dp \right\rangle,$$

$$P_{xx} = 2\pi \left\langle \mu^2 \int_0^{\infty} f v p^3 dp \right\rangle,$$

$$j = 4\pi m \left\langle \mu \int_0^{\infty} f v p^2 dp \right\rangle,$$

$$F = 2\pi m \left\langle \mu \int_0^{\infty} f p^5 dp \right\rangle$$

— плотность вещества, компонента тензора давления, плотность направленного потока вещества и энергии соответственно;

$$j_m = \frac{4\pi m}{\tau} \int_{-\infty}^x dx \left\langle \int_{p_m}^{\infty} f p^2 dp \right\rangle,$$

$$q_m = \frac{4\pi m}{\tau} \int_{-\infty}^x dx \left\langle \int_{p_m}^{\infty} (v\mu + u) f p^2 dp \right\rangle,$$

$$F_m = \frac{4\pi m}{\tau} \int_{-\infty}^x dx \left\langle \int_{p_m}^{\infty} (v\mu + u) (v^2 + 2vu\mu + u^2) f p^2 dp \right\rangle$$

— потоки вещества, импульса и энергии соответственно, уносимые из системы частицами, имеющими импульс  $p > p_m$ .

Показатель адиабаты  $\gamma$  в рассматриваемом нерелятивистском случае нужно положить равным 5/3. Если учесть, что в отличие от гидродинамического описания здесь как тепловая плазма, так и ускоренные частицы описываются единой функцией распределения, уравнения (3.12)—(3.14) совпадают с МГД уравнениями (3.4). Единственное отличие состоит в том, что в МГД уравнениях принято  $j = 0$  и  $P_{xx} = P = P_g + P_c$ , поскольку анизотропией тепловых частиц пренебрегается, давление КЛ считается изотропным, вклад КЛ в уравнении баланса вещества считается малым по причине их незначительного количества.

Таким образом, в соответствии с соотношениями (3.12)—(3.14) мы имеем ударную волну с высвечиванием. Такая модель вполне адекватна рассмотренным выше случаям реальных волн конечных размеров, где по достижению некоторого импульса  $p_m$  ускоренные частицы могут интенсивно покидать окрестность ударной волны. Заметим также, что соотношения (3.12)—(3.14) являются уравнениями баланса и имеют общий характер; их справедливость никоим образом не зависит от степени адекватности излагаемого здесь модельного подхода, основанного на использовании интеграла столкновений в виде (3.9). Лишь только конкретный вид величин  $j_m$ ,  $q_m$ ,  $F_m$  является атрибутом данной модели.

Как и во всякой волне с высвечиванием, степень сжатия  $\sigma$  определяется не только числом Маха  $Ma_1$ , но также зависит от значения потоков  $j_{m2}$ ,  $q_{m2}$ ,  $F_{m2}$ . Полагая в уравнениях (3.12)—(3.14)  $x = \infty$ , получим для степени сжатия  $\sigma = u_1/u_2$  следующее выражение в случае больших импульсов обреза  $p_m \gg mu_1$ , когда потоками вещества  $j_m$  и импульса  $q_m$ , уносимыми ча-

стицами, можно пренебречь <sup>107,110,111,85</sup>.

$$\sigma = (\gamma_2 + 1) \left\{ \gamma_2 \left( 1 + \frac{1}{\gamma_1 \text{Ma}_1^2} \right) - \left[ \gamma_2^2 \left( 1 + \frac{1}{\gamma_1 \text{Ma}_1^2} \right)^2 + (\gamma_2^2 - 1) \left( \frac{2F_{m2}}{\rho_1 u_1^3} - 1 - \frac{2}{(\gamma_1 - 1) \text{Ma}_1^2} \right) \right]^{1/2} \right\}^{-1}. \quad (3.15)$$

Это выражение, в силу отмеченной общности соотношений (3.14), справедливо в общем случае произвольных значений  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ .

Численное исследование структуры ударной волны на основе уравнения (3.10) удобно осуществлять, сведя его к интегральному уравнению <sup>112,113</sup>

$$f(x, p, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-(x-x')/(v\mu+u)\tau]}{|v\mu-u|\tau} \times \theta\left(\frac{x-x'}{v\mu+u}\right) \theta(p_m - p_*) f(x, p_*) dx', \quad (3.16)$$

где  $p_* = m(v^2 + 2v\Delta u\mu + \Delta u^2)^{1/2}$ ,  $\Delta u = u(x) - u(x')$ ,  $f(x, p) = \langle f(x, p, \mu) \rangle$ . Профиль скорости плазмы, входящий в это выражение, определяется из уравнения (3.13)

$$u(x) = u_1 - [P_{xx}(x) - P_1] (\rho_1 u_1)^{-1}, \quad (3.17)$$

где пренебрежено потерями импульса  $q_m \sim \rho_1 u_1^2 (mu_1/p_m)$ , которые малы  $q_m \ll \rho_1 u_1^2$  при достаточно больших импульсах обрезания  $p_m \gg tu_1$ . Задаваясь числом Маха  $\text{Ma}_1$  и максвелловской функцией распределения частиц плазмы перед ударным фронтом  $f_1(p)$ , соответствующей давлению  $P_1$ , и решая уравнение (3.16) совместно с (3.15), (3.17) методом итераций, можно определить самосогласованный профиль скорости  $u(x)$  и функцию распределения  $f(x, p, \mu)$  <sup>112,113</sup>. Аналогичная по своему физическому содержанию модель реализована на основе метода Монте-Карло <sup>107-109,111,114,115</sup>.

Характерные особенности самосогласованной структуры ударной волны иллюстрирует рис. 7, где представлены результаты расчета <sup>112,113,116</sup> профиля скорости  $u(x)$  и плотности частиц плазмы  $n_2(p) = 4\pi p^2 f_2(p)$  за ударным фронтом волны с фиксированной степенью сжатия  $\sigma = 3,5$ , которая реализуется для числа Маха  $\text{Ma}_1 = 4,58$ , если пренебречь потоком энергии  $F_{m2}$ , уносимой частицами, покидающими систему. Как и в случае МГД описания, структура ударной волны характеризуется двумя пространственными масштабами. Протяженная область плавного изменения скорости  $u(x)$  на длине  $L \sim \kappa(p_m)/u_1$  — предфронт — обусловлена давлением быстрых ускоренных частиц со скоростями  $v > u_1$ , которые диффузионным путем внедряются в набегающий поток и тормозят его <sup>105-122</sup>. Степень модификации волны давлением быстрых частиц, которую можно характеризовать величиной перепада скорости плазмы на предфронте  $(u_1 - u_s)/u_1$  и длиной  $L$ , возрастает с ростом импульса обрезания  $p_m$ . Это предотвращает чрезмерный рост давления ускоренных частиц и является фактором, регулирующим количество энергии, идущей на их ускорение.

Наряду с предфронтом, имеется область резкого изменения скорости  $u(x)$  — тепловой фронт. В отличие от МГД случая, здесь он имеет конечную толщину  $l \sim tu_1$ , на которой обеспечивается термализация основной доли частиц плазмы.

Самосогласованный спектр ускоренных частиц  $n_2(p)$  уже не обладает универсальной формой во всем диапазоне импульсов  $tu_1 \leq p \leq p_m$ . Характер спектра обусловлен тем, что частицы с импульсами  $p < p_m$  проникают в область предфронта на расстояние  $x(p) \approx \kappa(p)/u_1 < L$ . Тем самым они «ощущают» перепад скорости в ударной волне  $\Delta u = u(x(p)) - u_2$ . Поэтому, если спектр ускоренных частиц по-прежнему представлять в степенном виде  $n \sim p^{-\gamma}$ , то показатель спектра будет функцией импульса  $\gamma(p) = (\sigma_p + 2)/(\sigma_p - 1)$ , где  $\sigma_p = u(x(p))/u_2$  — эффективная степень сжатия

для частиц с импульсом  $p$ . Только самый конец спектра ( $p \approx p_m$ ) по форме близок к универсальному.

Плотность ускоренных частиц  $n_2(p)$  падает с ростом импульса обрезания  $p_m$ . При этом плотность энергии этих частиц

$$E_{c2} = \int_{mu_1}^{p_m} \epsilon n_2(p) dp$$

остаётся приблизительно постоянной и составляет около половины всей внутренней энергии плазмы.

Распределение примесных ионов, вклад которых в полное давление в плазме мал из-за малой их концентрации, может быть найдено в линейном

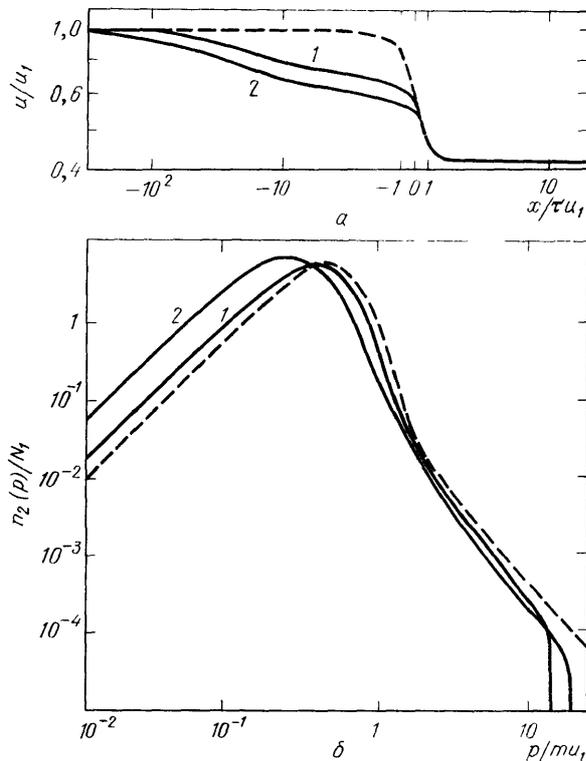


Рис. 7. Самосогласованный профиль скорости плазмы в ударной волне  $u(x)$  (а) и спектр частиц плазмы за ударным фронтом (б).

Кривые 1 соответствуют импульсу обрезания  $p_m = 13 mu_1$ , 2 —  $p_m = 21 mu_1$ ; штриховые кривые — несамогласованный расчет  $Z$ . Штриховая кривая на рис. б соответствует  $\rho^{-2,2}$

приближении с профилем скорости  $u(x)$ , определяемым давлением ионов основного сорта. Поскольку пробег до рассеяния быстрых частиц  $\lambda = tv$  является растущей функцией жесткости  $R = p/Ze$  ( $Ze$  — заряд иона), ионы с большим отношением  $A/Z$  массового  $A$  и зарядового  $Z$  чисел будут дальше проникать в область предфронта, вследствие чего их спектр как функция энергии на нуклон  $\epsilon/A$  будет более пологим. Вследствие этого, при распространении ударной волны в плазме, где примесные ионы ионизованы не полностью, спектр ускоренных частиц будет обогащаться ядрами тяжелых элементов<sup>107,108,114,117</sup>, что обычно наблюдается в эксперименте.

Поскольку количество энергии, идущей на ускорение и определяемая ею степень модификации ударной волны, зависят от темпа инжекции тепловых частиц в режим ускорения, представляет интерес исследовать эту зависимость, поскольку темп инжекции, заложенный в описанную модель (он характеризуется тем, что ускоряются около 1 % частиц), естественно, не отражает многообразия возможностей, которые могут реализоваться в действительности.

Исследование степени модификации ударной волны ускоренными частицами (КЛ) в зависимости от задаваемого наперед темпа их инжекции на тепловом фронте<sup>85</sup> сравнительно просто удается осуществить на основе диффузионного уравнения переноса КЛ (2.1), адекватность которого в данном случае обеспечена достаточно большими размерами предфронта<sup>118,105,106</sup>.

Решение этой нелинейной задачи существенно упрощается, если пространственное распределение КЛ принять в упрощенном виде<sup>110,123-125</sup>:

$$f(x, p) = f_2(p) \theta[x + \bar{x}(p)], \quad (3.18)$$

где  $\bar{x}(p) > 0$  — длина, на которую проникают КЛ с импульсом  $p$  от теплового фронта в область предфронта. Смысл этого приближения состоит в следующем. В каждой точке предфронта  $x < 0$  динамика среды определяется в основном давлением КЛ из узкого диапазона импульсов вблизи  $p(x)$  такого, что  $\bar{x}(p) \approx L(p) = |x|$ . Действительно, КЛ с меньшими импульсами, для которых диффузионная длина мала —  $L \ll |x|$ , не дают вклада в давление КЛ в точке  $x$ . (При этом предполагается, что коэффициент диффузии КЛ  $\kappa(p)$ , а следовательно, и диффузионная длина  $L \approx \kappa/u_1$ , являются растущей функцией импульса.) Вкладом частиц с большими импульсами, для которых  $L(p) \gg |x|$  также можно пренебречь, поскольку величина градиента их давления в точке  $x$  намного меньше, чем для частиц, у которых  $L(p) = |x|$ . Предельным выражением такого «разделения» как раз и является формула (3.18), показывающая, что в каждой точке предфронта  $x$  градиент давления КЛ обеспечивается частицами с определенным импульсом  $p(x)$ . Использование этого приближения, как показал анализ, не приводит к существенным погрешностям, если коэффициент диффузии КЛ достаточно быстро растет с энергией.

Если энергия обрезания  $\epsilon_m$  является релятивистской ( $\epsilon_m > mc^2$ ), то эффективное значение показателя адиабаты  $\gamma_2$ , входящее в выражение (3.15) для степени сжатия  $\sigma$ , будет определяться соотношением давления релятивистских  $P_{c2}^{(r)}$  и нерелятивистских частиц  $P_2 - P_{c2}^{(r)}$  за ударным фронтом:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1} P_2 = \frac{5}{2} (P_2 - P_{c2}^{(r)}) + 4P_{c2}^{(r)}, \quad (3.19)$$

где учтено, что показатель адиабаты равен 5/3 и 4/3 для нерелятивистских и релятивистских частиц соответственно.

Поскольку диффузионное приближение применимо для описания только достаточно быстрых частиц, функцию распределения КЛ при некоторой минимальной энергии  $\epsilon_s$  необходимо сшить с тепловым распределением. Процедура шивки эквивалентна заданию темпа инжекции частиц на тепловом фронте в режим ускорения. Из общих соображений ясно, что энергия инжектируемых частиц  $\epsilon_s$  должна составлять несколько характерных тепловых энергий частиц плазмы за ударным фронтом и может быть принята равной  $mu_s^2$ , где  $u_s$  — значение скорости плазмы, разделяющее предфронт ( $u_1 \geq u \geq u_s$ ) и тепловой фронт ( $u_s \geq u \geq u_2$ ).

Стационарное одномерное уравнение переноса КЛ совместно с интегральными соотношениями (3.12)–(3.14) (для области предфронта давление  $P_{xx} = P = P_c + P_g$  можно считать изотропным, а давление тепловой плазмы  $P_g$  — меняющимся по адиабатическому закону), выражением (3.15) и соотношениями (3.18), (3.19) позволяет при заданных значениях числа Маха  $Ma_1$ , скорости ударного фронта  $u_1$  и темпе инжекции определить самосогласованный профиль скорости плазмы в области предфронта ( $u_1 \geq u(x) \geq u_s$ ), спектр КЛ, а также определить долю внутренней энергии в ударной волне, приходящуюся на ускоренные частицы  $P_{c2}/P_2$ .

Взаимосвязь эффективности ускорения с темпом инжекции иллюстрируется на рис. 8, где изображено давление релятивистских ускоренных протонов  $P_{c2}^{(r)}$  за фронтом сильной ударной волны в зависимости от давления

инжектируемых частиц  $\mathcal{P}_{inj}$  (парциальное давление  $\mathcal{P} = dP/d \lg \epsilon$  связано с функцией распределения соотношением  $\mathcal{P} = (4\pi/3)p^3 \epsilon f$ ), при  $Ma_1 = 10$ ,  $u_1 = 3 \cdot 10^8$  см/с, для энергий обрезания  $10^{12}$  и  $10^{15}$  эВ<sup>85</sup>. Видно, что давление  $P_{c_2}^{(r)}$  быстро нарастает с увеличением давления инъекции и при  $\mathcal{P}_{inj} > 10^{-4} \rho_1 u_1^2$  на релятивистские частицы приходится существенная часть полного давления. В связи с этим имеет смысл говорить о двух режимах инъекции — насыщенном и ненасыщенном. При этом под насыщенным режимом понимается инъекция, обеспечивающая передачу существенной части энергии

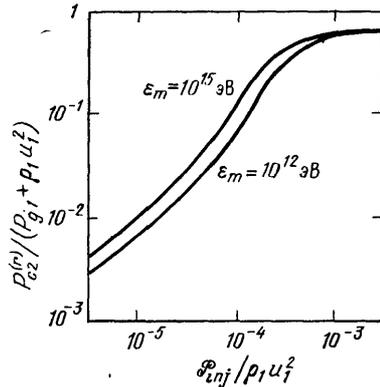


Рис. 8. Давление релятивистских частиц  $P_{c_2}^{(r)}$  ускоренных сильной ударной волной ( $Ma_1 = 10$ ) в зависимости от парциального давления инжектированных частиц

( $\geq 10\%$ ) в ударной волне ускоренным частицам. В приведенном выше случае, насыщенный режим соответствует давлению инжектированных частиц большему, чем  $\mathcal{P}_{inj}^* = 10^{-4} \rho_1 u_1^2$ . Хотя определение величины  $\mathcal{P}_{inj}^*$  несколько условно, тем не менее ее введение позволяет количественно сформулировать минимальное требование к механизму инъекции, выполнение которого

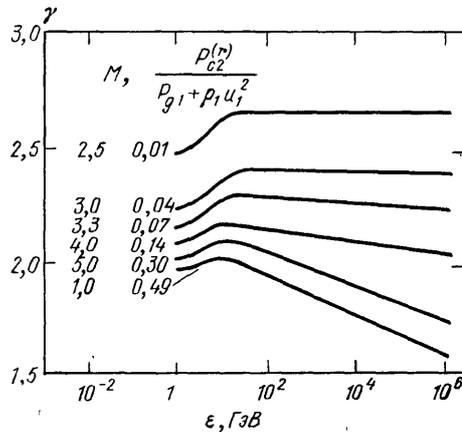


Рис. 9. Показатель дифференциального энергетического спектра ускоренных протонов  $\gamma$  в зависимости от кинетической энергии  $\epsilon$  для случая ударных волн с различными числами Маха  $Ma_1$ <sup>111</sup>

обеспечивает высокую эффективность регулярного ускорения. Важно отметить, что значение  $\mathcal{P}_{inj}^*$ , как видно из рис. 8, слабо зависит от энергии обрезания  $\epsilon_m$ , что является проявлением саморегулирующих свойств механизма ускорения.

Форма спектра КЛ иллюстрируется на рис. 9, где приведена величина показателя спектра протонов  $\gamma = -d \ln n / d \ln p$  в релятивистской области энергий, ускоренных ударными волнами с различными числами Маха<sup>111</sup>. При этом темп инъекции определялся тем, что спектр ускоренных частиц сшивался со спектром тепловых частиц, рассчитанным на основе уравнения (3.8). Это соответствует парциальному давлению инжектируемых частиц  $\mathcal{P}_{inj} \approx 10^{-2} \rho_1 u_1^2$ , что обеспечивает насыщенный режим инъекции. Из ри-

сунка видно, что для чисел Маха  $Ma_1 > 4$ , которым соответствует степень сжатия  $\sigma > 4$ , показатель спектра существенно зависит от энергии, причем спектр имеет наиболее жесткий характер в области самых больших энергий  $\epsilon \sim \epsilon_m$ , где  $\gamma < 2$ . Парциальное давление КЛ  $\mathcal{P}_2$  при этом характеризуется наличием минимума в области  $mc^2 < \epsilon < \epsilon_m$ .

Умеренным числам Маха  $Ma_1 \approx 3$ , как показывает рис. 9, отвечает практически постоянный показатель спектра во всей области энергий  $\epsilon > 10$  ГэВ. Эффективность ускорения растет с увеличением числа Маха, причем при  $Ma_1 = 10$  релятивистские ускоренные частицы содержат половину полного внутреннего давления за ударным фронтом. Это позволяет сделать важный вывод о том, что регулярный процесс ускорения характеризуется высокой эффективностью и саморегулирующими свойствами, которые состоят в том, что в случае сильных ударных волн изменение темпа инжекции в широких пределах не приводит к заметному изменению количества энергии, передаваемой ускоренным частицам.

Самосогласованный спектр КЛ и модифицированный профиль скорости плазмы  $u(x)$  устанавливаются как результат конкуренции трех физических эффектов. С одной стороны, КЛ произведенные ударной волной, увеличивают эффективную вязкость среды, что в конечном счете ведет к росту толщины ударного фронта. Утолщение фронта, как было показано в п. 2.1, снижает эффективность ускорения КЛ. С другой стороны, наличие в составе КЛ релятивистских частиц уменьшает эффективное значение показателя адиабаты среды и, следовательно, увеличивает степень сжатия вещества в ударной волне. При этом спектр КЛ становится более жестким, ускорение — более эффективным. К этому же результату приводит вынос энергии из системы частицами, достигающими предельной энергии  $\epsilon_m$ .

Таким образом, реализованные к настоящему времени модели регулярного ускорения, учитывающие обратное влияние ускоренных КЛ на структуру ударной волны, основаны на простейшей форме описания взаимодействия КЛ со средой. Тем самым, задача детального описания турбулентности вблизи ударного фронта, которая в конечном итоге и определяет характер движения КЛ, отодвигается в этих моделях на второй план. Микроскопическое описание самосогласованной турбулентности, которая генерируется частицами. КЛ перед ударным фронтом, обнаруживает многообразный характер этой задачи<sup>126–129</sup> уже в квазилинейном приближении. Существенное продвижение в исследовании модификации ударной волны ускоряемыми ей КЛ можно ожидать при органическом объединении результатов двух этих подходов.

Тем не менее, хочется подчеркнуть, что с этой точки зрения упрощенные нелинейные модели регулярного ускорения позволили установить ряд важных особенностей процесса ускорения на его нелинейной стадии, которые мало зависят от тонких деталей взаимодействия КЛ со средой. Это, прежде всего, характер модификации течения плазмы давлением КЛ при различных темпах инжекции; саморегулирующее свойство процесса регулярного ускорения; особенности химического состава ускоренных частиц. Важно также подчеркнуть, что современный эксперимент позволяет осуществлять проверку такого рода теоретических предсказаний.

#### 4. КОСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ НА ФРОНТАХ УДАРНЫХ ВОЛН

Открытие эффективного процесса ускорения частиц, каковым является процесс регулярного ускорения на ударных волнах, дало мощный импульс развитию теоретических исследований различных его аспектов. Несмотря на сложность задачи, развитые в последнее время модели этого процесса, хотя и содержат тот или иной элемент феноменологизма, позволяют делать количественные предсказания. Имеющиеся многочисленные результаты экспериментов, выполненных в межпланетном пространстве, дают возможность проверки развитых теоретических представлений.

#### 4.1. Ускорение космических лучей межпланетными ударными волнами

Многочисленные измерения, выполненные в межпланетном пространстве, показывают, что вблизи фронтов ударных волн практически всегда наблюдается повышение интенсивности частиц сверхтепловых энергий. Как показывают эксперименты, форма спектра ускоренных частиц вблизи ударного фронта, как правило, описывается степенным законом, а интенсивность частиц экспоненциально нарастает по мере приближения к фронту. Оба эти

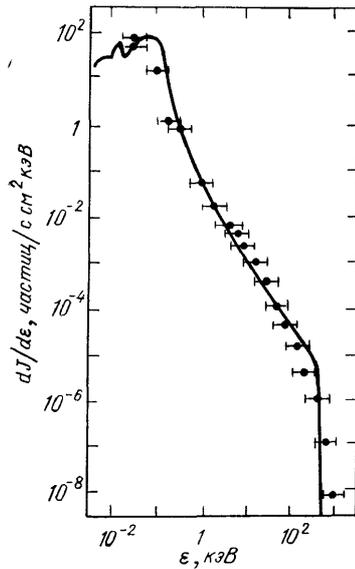


Рис. 10. Дифференциальная интенсивность ионов на фронте межпланетной ударной волны 27 августа 1978 г. в зависимости от кинетической энергии<sup>111</sup>.

Значки<sup>138</sup> — экспериментальные значения, кривая — расчет<sup>111</sup> в рамках кинетической модели

момента, как было показано выше, являются характерными для регулярного процесса ускорения. Исключения составляют возрастания интенсивности быстрых частиц, наблюдающихся в узкой окрестности фронтов квазиперпендикулярных ударных волн. Эти события характеризуются мягким спектром, большой анизотропией и обусловлены ускорением частиц электрическим полем  $E = -[uV]/c$ <sup>130,25</sup>.

Особенно много измерений было выполнено вблизи отошедшей ударной волны, возникающей при обтекании земной магнитосферы сверхзвуковыми потоками солнечного ветра<sup>131</sup>. Детальное сопоставление теории регулярного ускорения, разработанной применительно к данному случаю с учетом геометрии ударной волны<sup>107,109,120,132</sup> и результатов экспериментов показывает, что совокупность наблюдательных фактов — спектр ускоренных частиц, их угловое и пространственное распределение, степень модификации ударной волны — хорошо описываются теорией.

Анализ ряда экспериментов показал<sup>69,133-136</sup>, что формы спектров ускоренных частиц, наблюдаемых вблизи фронтов межпланетных ударных волн, образующихся вследствие хромосферных вспышек на Солнце, соответствуют предсказаниям теории регулярного ускорения. Адекватность теории подтверждается также сравнением расчетов<sup>137</sup> спектральных и пространственных

характеристик ускоренных частиц и порождаемой ими МГД турбулентности с экспериментом. Типичный пример спектра протонов, измеренный на фронте межпланетной ударной волны<sup>138</sup> приведен на рис. 10, взятом из работы<sup>111</sup>, где изображена дифференциальная интенсивность  $dJ/d\varepsilon$  в зависимости от энергии  $\varepsilon$ . Эксперимент показывает, что ускорению подвергаются  $\sim 1\%$  частиц. Несмотря на то, что максимальная энергия ускоренных частиц невелика, они содержат около 25% всей внутренней энергии плазмы. Плавный переход от теплового участка спектра ( $\varepsilon < 200$  эВ) к спектру ускоренных частиц ( $\varepsilon > 200$  эВ) указывает на то, что процесс ускорения начинается непосредственно из теплового распределения. Именно этот принцип заложен в кинетической модели регулярного ускорения<sup>105-116</sup>. Сравнение расчета, выполненного в рамках этой модели<sup>111</sup>, с экспериментом показывает их хорошее согласие. Этот факт указывает на то, что при всей схематичности в описании структуры теплового фронта, которую дает кинетическая модель, она правильно описывает не только процесс регулярного ускорения, но в общих чертах хорошо отражает наиболее характерные моменты процесса инжекции частиц в режим ускорения.

Процесс регулярного ускорения привлекался также, как возможный механизм генерации солнечных космических лучей, испускаемых во время солнечных хромосферных вспышек<sup>98,139-141</sup>. Хотя возможности детального сравнения теории с экспериментом здесь ограничены, тем не менее многие особенности спектра солнечных космических лучей могут быть описаны в рамках теории регулярного ускорения<sup>141</sup>.

Таким образом, детальное сопоставление теории с измерениями, выполненными в межпланетном пространстве, показывает, что механизм регулярного ускорения хорошо объясняет явления генерации быстрых частиц на фронтах ударных волн. Основные особенности, вытекающие из этого сопоставления, в частности, высокая эффективность процесса регулярного ускорения, могут быть использованы в задачах приложения этого процесса к удаленным объектам, где прямые измерения в настоящее время невозможны.

#### 4.2. Галактические космические лучи малых энергий

В настоящее время не только происхождение ГКЛ высоких энергий  $\epsilon \gtrsim 1$  ГэВ/нуклон, которые содержат основную долю их общего энергосодержания, является нерешенным вопросом, не выяснено также происхождение низкоэнергетического участка спектра ГКЛ, наблюдаемого у Земли  $\epsilon \lesssim 20$  МэВ/нуклон. Идеи как галактического, так и солнечного происхождения этих частиц, встречают значительные трудности (см.<sup>1</sup> и ссылки там). Уже давно высказывались идеи, что эта часть ГКЛ может генерироваться в области взаимодействия солнечного ветра с межзвездной средой<sup>142-144</sup>.

Поскольку по современным представлениям в этой области должна существовать сильная ударная волна<sup>52, 78</sup>, расположенная на расстоянии  $R = 50 \div 100$  а. е. от Солнца, весьма привлекательной выглядит идея о регулярном ускорении фоновых ГКЛ<sup>145, 146</sup>, поскольку, как показывают оценки<sup>145</sup>, в этой области возможно ускорение частиц вплоть до энергий  $\epsilon \sim 10$  МэВ. Аналитическое решение этой задачи, обсуждавшееся в разделе 2.3, показало, что частицы, распространяясь из окрестности ударного фронта, где они ускоряются, во внутреннюю область гелиосферы, подвергаются модулирующему воздействию солнечного ветра, в частности, адиабатическому замедлению. Поскольку степень этого воздействия существенно зависит от коэффициента диффузии частиц, выяснение роли регулярного ускорения в генерации ГКЛ низких энергий может быть осуществлено только на основе использования коэффициентов диффузии, величина которых не выходит за пределы, установленные экспериментом.

Результаты численного решения стационарного уравнения переноса (2.20) для сферически-симметричной модели солнечного ветра —  $u(r < R) = u_1$ ,  $u(r > R) = (u_1/4)(R/r)^2$  — представлены на рис. 11 в виде графика зависимости ожидаемой интенсивности протонов  $dJ/d\epsilon$  на орбите Земли ( $r =$

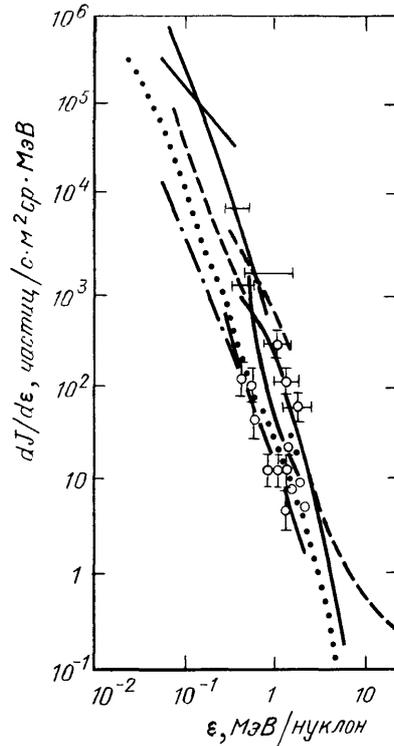


Рис. 11. Дифференциальная интенсивность ГКЛ у орбиты Земли в зависимости от кинетической энергии на нуклон.

Точки — расчет<sup>147</sup> интенсивности протонов, ускоряемых сферической ударной волной радиуса  $R = 50$  а. е.; все остальные значки — экспериментальные значения, полученные в спокойные периоды солнечной активности

= 1 а. е.) от энергии  $\varepsilon^{147,148}$ . При этом были использованы значения скорости солнечного ветра  $u_1 = 500$  км/с и радиуса ударной волны  $R = 50$  а. е. Темп инжекции на ударном фронте протонов с энергией  $\varepsilon_0 = p_0^2/2m = 1$  кэВ выбирался таким образом, чтобы плотность энергии ускоренных частиц

$$E_{c2} = \frac{2\pi}{m} \int_{p_0}^{\infty} f(R, p) p^4 dp$$

составляла 5 % полной внутренней энергии плазмы за ударным фронтом  $E_2 = (9/8) \rho_1 u_1^2$ , что позволяет использовать линейное приближение. Использованный коэффициент диффузии

$$\kappa_1(r, p) = 6,5 \cdot 10^{22} \left( \frac{p}{mc} \right)^{0,3} \left( \frac{r}{R} \right)^{0,2} \text{ см}^2/\text{с} \quad (\kappa_2 \ll \kappa_1)$$

имеет пространственную зависимость, которая не противоречит результатам наблюдений, выполненным в области  $1 \text{ а. е.} \leq r \leq 6 \text{ а. е.}$  <sup>149</sup>, хотя значения  $\kappa_1$  при  $r = 1$  а. е. для энергий  $\varepsilon \lesssim 10$  МэВ несколько превышают наблюдаемые в спокойном солнечном ветре <sup>150</sup>.

На том же рисунке для сравнения представлены результаты измерений интенсивности ГКЛ в спокойные периоды солнечной активности, суммированные в работе <sup>151</sup>. Хотя расчет и основан на сильно упрощенной модели солнечного ветра, тем не менее соотношение теории и эксперимента позволяет сделать вывод о том, что регулярное ускорение частиц стоячей ударной волной, ограничивающей гелиосферу, может обеспечить наблюдаемую интенсивность ГКЛ с энергиями  $\varepsilon \lesssim 20$  МэВ/нуклон. Для окончательного решения этой проблемы необходимы дальнейшие исследования с учетом реальной геометрии межпланетного магнитного поля, которое является одним из главных факторов, определяющих характер распространения КЛ в гелиосфере. При этом, в теоретическом плане решение этой задачи желательно увязать с выяснением роли ударной волны как модулирующего фактора для ГКЛ более высоких энергий —  $\varepsilon \gtrsim 100$  МэВ/нуклон.

#### 4.3. Космические лучи и сверхновые

По современным представлениям в Галактике в среднем каждые 10–30 лет вспыхивают сверхновые звезды. При этом выделяется  $10^{50} \div 3 \cdot 10^{52}$  эрг в виде кинетической энергии сброшенной в результате взрыва части звезды, которая порождает в окружающей межзвездной среде сильную ударную волну, распространяющуюся со скоростью  $\sim 10^4$  км/с <sup>2, 40, 75, 152</sup>.

Исследования процессов ускорения заряженных частиц ударными волнами от вспышек сверхновых представляют значительный интерес прежде всего потому, что сверхновые, в силу энергетических соображений, рассматриваются как наиболее вероятный источник ГКЛ <sup>75,2</sup>. Они способны восполнить потери энергии, заключенной в ГКЛ, обусловленные их выходом из Галактики,  $\sim 3 \cdot 10^{40}$  эрг/с, если механизм ускорения обеспечивает передачу не менее 1 % выделяющейся при взрыве энергии ускоренным частицам. В этом плане представляется естественной попытка применить регулярный механизм ускорения, характеризующийся высокой эффективностью. Основные задачи, которые можно выделить в исследовании процесса регулярного ускорения частиц в остатках сверхновых, как возможного источника ГКЛ, состоят в выяснении: а) формы энергетического спектра поступающих в межзвездное пространство ускоренных частиц; б) эффективности процесса ускорения; в) максимальной энергии ускоренных частиц.

В линейном приближении спектр КЛ  $N(p)$  (полное число частиц с импульсом  $p$ ), ускоренных ударной волной за все время ее существования  $t_p$ , может быть определен на основе формул раздела 2.2, если известен закон расширения  $R(t)$  и темп инжекции  $N_0(t)$ . Для этого плотность КЛ, соответ-

ствующую моменту времени  $t_p$ , для которого число Маха  $\text{Ma}_1(t_p) = 1$ , следует проинтегрировать по объему, занимаемому КЛ:

$$N(p) = 4\pi \int_0^{\infty} n(r, ap, t_p) a^{-2} r^2 dr, \quad (4.1)$$

где фактор  $a(r)$  описывает изменение импульса КЛ, обусловленное релаксацией среды за ударным фронтом к состоянию межзвездной среды. Если предположить, что релаксация для КЛ протекает адиабатически, то этот фактор будет определяться отношением давлений среды  $P_g(r, t_p)$ , в которой они находятся в момент времени  $t_p$ , и межзвездной среды  $P_m - a = (P_g/P_m)^{1/5}$  <sup>153-155</sup>. Исследования формы спектра КЛ  $N(p)$ , выполненные незначительно различающимися методами <sup>153-155</sup> для автомодельного закона расширения  $R(t) = R_0 (t/t_0)^{2/5}$ , показали следующие его особенности. 1) Спектр КЛ, генерированных ударной волной за время своего существования, описывается степенной функцией  $p^{-\gamma}$ , причем показатель спектра  $\gamma$  остается в пределах 2,1–2,3 для широкого диапазона импульсов  $mc \leq p < p_{mf}$ , независимо от величины импульса инжекции  $p_0 < mc$  и принимаемого закона изменения мощности инжекции от времени  $N_0(t)$  (расчеты были выполнены для  $N_0 \sim R^{-d}$ ,  $d = 0 \div 2$ ). 2) Ранние стадии расширения, отвечающие числу Маха  $\text{Ma}_1 > 8$  в силу геометрических факторов дают незначительный вклад в суммарный спектр КЛ  $N(p)$ , за исключением области вблизи  $p_m$ . По этой причине вклад от стадии свободного разлета ( $R \sim t$ ), предшествующей в эволюции ударной волны от сверхновой адиабатическому расширению, можно не учитывать. 3) Поздние стадии адиабатического расширения, отвечающие числу Маха  $\text{Ma}_1 \lesssim 2$ , из-за мягкого спектра ускоряемых в этот период частиц вносят заметный вклад в суммарный спектр КЛ  $N(p)$  только в узкой области вблизи импульса инжекции  $p_0$ . 4) Основной вклад в спектр КЛ  $N(p)$  вносят стадии, отвечающие числам Маха  $2 < \text{Ma}_1 \lesssim 5$  ( $\sigma = 2,3 \div 3,6$ ).

Отметим, однако, что во всех этих работах <sup>153-155</sup> не было учтено важное обстоятельство — наличие убегающих частиц. Как было показано в разделе 2.3, в каждый момент времени перед ударным фронтом, помимо частиц с импульсами  $p_0 \leq p \leq p_m(t)$ , ускоряемых на данной стадии, имеются частицы с импульсами  $p_m(t) \leq p \leq p_m(t_0)$ , которые ускорились на предыдущих стадиях расширения и скорость диффузионного распространения которых превышает скорость ударного фронта  $\dot{R}(t)$  в момент времени  $t$ . Суммарный спектр этих частиц  $N(p)$  можно вычислить, пользуясь выражением (2.37), однако для этого имеется более простой способ. Для количества убегающих частиц справедливо выражение

$$N(p) \approx Vn(p = p_m(t_p), t_p), \quad (4.2)$$

где  $n$  — плотность частиц в момент времени  $t_p$ , когда импульс обрезания  $p_m$  был равен  $p$ ;  $V \sim R^3$  — объем, занимаемый частицами с импульсом  $p_m$ . Учитывая, что для больших чисел Маха  $\text{Ma} \gg 1$  плотность ускоренных частиц имеет вид  $n \sim N_0(t) p^{-2}$ , где  $N_0(t)$  определяет мощность инжекции на ударном фронте (см. (2.35)), получим  $N(p) \sim N_0(t_p) R^3 p^{-2}$ , откуда видно, что если темп инжекции частиц меняется по закону  $N_0 \sim R^{-3}$ , спектр убегающих частиц имеет универсальный вид <sup>84,85</sup>  $N(p) \sim p^{-2}$ . Закон инжекции  $N \sim R^{-3}$  имеет вполне ясный физический смысл, поскольку для адиабатического закона расширения ( $R^{-3} \sim \dot{R}^2$ ) он отвечает ситуации, когда ускоренным частицам передается фиксированная часть энергии  $\rho_1 \dot{R}^2/2$  набегающего на ударный фронт потока среды. В этом случае, обобщая результаты работ <sup>153-155</sup>, замечаем, что спектр КЛ, производимых ударной волной от сверхновой, имеет степенной вид  $N(p) \sim p^{-\gamma}$  с показателем, лежащим в пределах  $2 < \gamma \lesssim 2,3$  для области импульсов  $mc \leq p \leq p_m$ , где максимальный им-

пульс  $p_m$  отвечает начальной стадии адиабатического расширения и определяется из соотношения  $\kappa_1(p_m) R(t_0) \dot{R}(t_0)^{-1} = 1$ . Такая форма спектра КЛ с учетом энергетической зависимости Бремни их пребывания в Галактике, хорошо соответствует наблюдаемому спектру КЛ в области энергий  $10^0 - 10^5$  эВ (см., например, <sup>2</sup>).

Хотя о реальных процессах инжекции, которые могут реализоваться на ударных фронтах в межзвездной среде, почти ничего не известно, представляет интерес рассмотрение результирующего спектра КЛ  $N(p)$ , формирующегося в условиях насыщенной инжекции. Только при этом условии частицам КЛ может быть передана существенная часть полной энергии ударной волны, что является необходимым, если рассматривать сверхновые в качестве основного источника ГКЛ. Кроме того, если учесть результаты измерений, выполненных в межпланетном пространстве, насыщенный режим инжекции представляется весьма реальным.

При насыщенном режиме инжекции спектр ускоренных частиц на ударном фронте в каждый момент времени, как было показано в разделе 3.2, не обладает степенной формой  $p^{-\gamma}$  с единым показателем  $\gamma$ , в отличие от линейного случая. В связи с этим задача определения результирующего спектра КЛ  $N(p)$  несколько усложняется. Однако можно предположить, что в силу тех же геометрических факторов, которые срабатывают в линейном случае, основной вклад в спектр КЛ  $N(p)$  дадут стадии эволюции ударной волны, отвечающие степени сжатия  $\sigma \approx 3,6$ , за исключением области малых  $p < mc$  и больших  $p \sim p_m$  значений импульсов. Как показывают расчеты, выполненные в рамках кинетической модели (см. рис. 9), при  $\sigma \approx 3,5$  и  $\epsilon_m = 10^{15}$  эВ насыщенному режиму инжекции отвечает спектр ускоренных частиц  $n(\epsilon) \sim \epsilon^{-\gamma}$ , показатель которого почти не меняется во всей области релятивистских энергий и составляет величину  $\gamma \approx 2,3$ . При этом, на релятивистские частицы приходится около 7 % полного внутреннего давления. Кроме того, было показано, что при больших числах Маха  $Ma_1 \gg 1$  парциальное давление  $\mathcal{P}(p_m)$  частиц с максимальным импульсом  $p_m$  мало меняется с изменением  $p_m$ . Это означает, что для плотности этих частиц справедлива зависимость  $n(p_m) \sim \rho_1 \dot{R}^2 p_m^{-2}$ , в силу чего из выражения (4.2) следует, что спектр убегающих частиц будет степенным,  $N(p) \sim p^{-\gamma}$ , с показателем  $\gamma \approx 2$ . Таким образом, ударные волны от сверхновых могут обеспечить спектр ГКЛ нужной формы и амплитуды.

Величина максимального импульса  $p_m$  в результирующем спектре КЛ, произведенных ударной волной от сверхновой, определяется начальной стадией адиабатического расширения и может быть найдена из соотношения  $\kappa_1(p_m) = R(t_0) \dot{R}(t_0)$ . При этом, как обычно, предполагается, что значение коэффициента диффузии во внутренней области не накладывает ограничения на величину  $p_m$ , т. е.  $\kappa_2 < \kappa_1$  из-за большей степени возмущенности среды за ударным фронтом. Если использовать типичные значения <sup>40,152,155</sup> начальной скорости  $\dot{R}(t_0) = 4 \cdot 10^8$  см/с и радиуса начальной стадии адиабатического расширения  $R(t_0) = 30$  пк для ударной волны сверхновой II типа, распространяющейся в однородной среде с плотностью  $N_g = 3 \times 10^{-3}$  см<sup>-3</sup>, получим величину коэффициента диффузии, соответствующего максимальному импульсу КЛ  $\kappa_1(p_m) = 3,6 \cdot 10^{28}$  см<sup>2</sup>/с. Принимая для диска Галактики коэффициент диффузии

$$\kappa_d(p) = 5 \cdot 10^{27} \left( \frac{pc}{3 \text{ ГэВ/нуклон}} \right)^{0,3},$$

который дает диффузионная модель <sup>2,156</sup> распространения КЛ в Галактике на основе измерений химического состава ГКЛ, получаем  $p_{mc} = 2 \cdot 10^{12}$  эВ/нуклон <sup>157</sup>.

В окрестности ударного фронта, где КЛ генерируют МГД турбулентность<sup>31</sup>, коэффициент диффузии  $\kappa$  должен быть меньше среднего  $\kappa_d$ . Теоретически нижним пределом  $\kappa$  является  $\kappa_{\min} = \rho_B v / 3$ , чему соответствует максимальный импульс  $p_m c = 3 \cdot 10^{15}$  эВ/нуклон, если принять для межзвездного магнитного поля типичное значение  $B = 3 \cdot 10^{-6}$  Гс. Вопрос о том, в какой степени генерация МГД турбулентности частицами КЛ перед ударным фронтом может понизить коэффициент диффузии, детально не исследован. Имеющиеся оценки<sup>158</sup> основаны на предположении о том, что давление КЛ на ударном фронте  $P_{c2}$  не превышает давления межзвездного магнитного поля  $B^2/8\pi$ , что маловероятно, поскольку даже перед ударным фронтом — в межзвездной среде<sup>2</sup>  $P_{c1} \approx B^2/8\pi$ .

Ограничения, накладываемые на величину максимального импульса  $p_m$  квазилинейной теорией альвеновской турбулентности, можно установить, если воспользоваться результатами работы<sup>31</sup>, где решена задача ускорения частиц (КЛ) плоской параллельной ударной волной на основе самосогласованного коэффициента диффузии

$$\kappa = \frac{4}{3\pi} \rho_B v \frac{B^2/8\pi}{E_w},$$

величина которого определяется плотностью энергии  $E_w$  резонансно взаимодействующих с частицами КЛ альвеновских волн, которые, в свою очередь, генерируются в области перед ударным фронтом вследствие анизотропии углового распределения КЛ, чему в квазилинейном приближении соответствует инкремент

$$\Gamma = \frac{4\pi}{3} p^4 v \frac{c_a}{E_w} \frac{\partial l}{\partial x}.$$

При этом, самосогласованное распределение КЛ перед ударным фронтом ( $x < 0$ ) описывается выражениями

$$\begin{aligned} f_1(x, p) &= f_2(p) \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^{-1}, \\ x_0 &= \frac{4}{3\pi} \frac{B^2/8\pi}{\mathcal{P}_2(p)} \frac{v}{c_a} \rho_B, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где  $\mathcal{P} = (4\pi/3)p^4 v f(p)$  — парциальное по  $\ln p$  давление КЛ (в разделе 3.2 использовано парциальное по  $\ln \epsilon$  давление; в релятивистской области эти величины совпадают). Отсюда видно, что самосогласованная турбулентность обеспечит ускорение КЛ ударной волной конечных размеров  $R$ , если выполнено условие  $x_0 \ll R$ . Хотя выражения (4.3) получены в линейном по давлению КЛ приближении, для оценки они могут быть использованы и в тех случаях, когда КЛ содержат существенную часть полной энергии в ударной волне, поскольку модификация ударной волны давлением КЛ не может существенно повлиять на генерацию альвеновских волн. В условиях насыщенной инжекции в сильной ударной волне, как было показано в разделе 3.2, парциальное давление релятивистских ускоренных частиц имеет минимум при некотором значении энергии, причем в случае сильной ударной волны нетрудно получить приближенное выражение для минимального давления  $\mathcal{P}_{\min} \approx (6/\sigma) \pi^2 \rho_1 u_1^2 / \ln^2(p_m/mc)$ . С учетом этого условие  $x_0 \ll R$  запишется в виде

$$p_m c \ll \frac{9\pi^3}{\sigma} e B R \frac{u_1^2}{c_a c} \ln^{-2} \frac{p_m}{mc},$$

откуда, используя типичное для межзвездной среды параметры  $c_a \approx 10^7$  см/с,  $u_1 = 4 \cdot 10^8$  см/с,  $R(t_0) = 10^{20}$  см,  $\sigma = 4$ ,  $B = 3 \cdot 10^{-6}$  Гс, получим  $p_m c \ll 2 \cdot 10^7 mc^2$ . Отсюда видно, что квазилинейная теория не накладывает ограничений на величину максимального импульса КЛ по сравнению с тем, что дает минимально допустимый коэффициент диффузии  $\rho_B v / 3$ . Это одновременно означает, что в условиях насыщенной инжекции альвеновская турбулент-

ность становится существенно нелинейной и требуются более надежные оценки на основе нелинейной теории.

Рассмотрим, насколько коллективное доускорение КЛ ансамблем всех одновременно существующих в Галактике ударных волн от сверхновых способно повысить максимальную энергию КЛ. Для этого определим характерное время коллективного ускорения в соответствии с выражением (2.39), которое в данном случае примет вид

$$\tau_a = V \frac{4\pi}{3} \int_{t_0}^{t_f} v \frac{\sigma-1}{\sigma+1} R^2 \dot{R} dt.$$

Поскольку реальная зависимость степени сжатия  $\sigma$  от времени, которая кроме всего прочего определяется давлением КЛ, неизвестна, пренебрежем отличием фактора  $(\sigma - 1)/(\sigma + 1)$  от единицы, что дает

$$\tau_a = \frac{2V}{5V_{SN}(t_f) v}, \quad (4.4)$$

где  $V_{SN}(t_f) = (4\pi/3) R^3(t_f) = (4\pi/3) R^3(t_0) \text{Ma}^3(t_0)$ . Максимальная энергия КЛ может быть оценена из соотношения  $\tau_a = \tau_e(p_m)$ . Если использовать результаты диффузионной модели распространения КЛ в Галактике, которая на основе измерений химсостава ГКЛ дает <sup>159,2</sup> величину объема, занимаемого частицами ГКЛ  $V = 5 \cdot 10^{68} \text{ см}^3$  и время пребывания ГКЛ с энергией  $\gtrsim 3 \text{ ГэВ/нуклон}$  в Галактике

$$\tau_e = 3 \cdot 10^8 \left( \frac{3 \text{ ГэВ/нуклон}}{pc} \right)^{-0,3} \text{ лет},$$

а для частоты вспышек сверхновых принять значение  $\nu = 1/10 \text{ год}^{-1}$ , получим  $p_m c = 3 \cdot 10^4 \text{ ГэВ/нуклон}$ . Использование результатов однородной модели распространения ГКЛ <sup>160, 159</sup> —  $V = 2,5 \cdot 10^{67} \text{ см}^3$ ,  $\tau_e = 2 \cdot 10^7 (3 \text{ ГэВ/pc})^{-0,3} \text{ лет}$  — дает  $p_m c = 10^5 \text{ ГэВ/нуклон}$ .

Следует заметить, что согласно принятой терминологии, коллективный механизм представляет собой вариант межзвездного ускорения, поскольку КЛ подвергаются ускорению все время, которое они проводят в Галактике. Считалось, что имеющиеся результаты измерения химического состава ГКЛ отвергают подобные модели происхождения ГКЛ <sup>161–163,2</sup>. Однако, как было недавно установлено <sup>164</sup>, последовательный учет неоднородности распределения источников КЛ и межзвездного газа в Галактике приводит к противоположному выводу о том, что межзвездное ускорение не противоречит наблюдениям.

Таким образом, можно заключить, что при тех или иных предположениях о характере инжекции частиц в режим ускорения и распространении ГКЛ в Галактике, справедливость которых, конечно, требует дальнейшего уточнения, процесс ускорения КЛ ударными волнами от сверхновых может обеспечить генерацию ГКЛ вплоть до энергий  $10^{14} — 3 \cdot 10^{15} \text{ эВ/нуклон}$ . Вместе с тем, галактическое происхождение КЛ, по крайней мере, вплоть до энергий  $10^{17} \text{ эВ}$ , сегодня не вызывает особых сомнений. Следовательно, данная здесь оценка верхнего предела энергии, которую с учетом неопределенностей в значениях используемых параметров следует считать скорее оптимистической, вынуждает нас сделать заключение, что регулярный механизм не обеспечивает требования генерации КЛ максимально высоких энергий. Пока не совсем ясно, может ли эта трудность быть преодолена при дальнейшем развитии теории или же механизм регулярного ускорения как возможный источник галактических космических лучей придется отвергнуть, несмотря на всю его привлекательность.

Мы ограничили наше обсуждение рассмотрением тех случаев, где современное состояние теории и эксперимента позволяет проводить их наиболее полное сопоставление, хотя, конечно, круг возможных приложений процесса

регулярного ускорения намного шире. Ударные волны, возникающие при аккреции вещества на компактные астрофизические объекты<sup>165</sup>, ударные волны на границе галактического ветра и межгалактической среды<sup>166</sup>, ударные волны в квазарах и в ядрах активных галактик<sup>167</sup> — примеры объектов, где регулярное ускорение может играть существенную роль. Необходимые исследования здесь находятся в начальной стадии, и не исключена возможность, что какие-то из названных объектов вносят существенный вклад в наблюдаемый спектр ГКЛ высоких энергий.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования процесса регулярного ускорения заряженных частиц ударными волнами являют собой несомненное продвижение на пути понимания процессов ускорения, протекающих в космической плазме. В настоящий момент это наиболее развитый механизм, способный давать содержательные предсказания, проверяемые наблюдениями. Развитие теории регулярного ускорения позволило объяснить широкий круг наблюдаемых в межпланетном пространстве явлений ускорения заряженных частиц вблизи фронтов ударных волн. При этом количественные предсказания теории хорошо согласуются с имеющимися измерениями.

Результаты исследований астрофизических приложений этого процесса, несмотря на имеющиеся трудности, можно также рассматривать с известной долей оптимизма как шаг на пути решения важной проблемы происхождения ГКЛ. Регулярное ускорение частиц ударными волнами от вспышек сверхновых звезд, как было показано, способно сформировать спектр КЛ нужной формы и амплитуды в широком диапазоне энергий. Дальнейший прогресс в этом направлении можно ожидать при решении двух важных задач, имеющих для теории регулярного ускорения довольно общее значение.

Первая из них, наиболее сложная и наименее изученная, — это вопрос об инжекции тепловых частиц в режим ускорения. В настоящее время отсутствуют сколько-нибудь обоснованные теоретические указания о том, в какой степени возможно ускорение частиц непосредственно из их теплового распределения за ударным фронтом без дополнительного доускорения и какими параметрами плазмы определяется количество инжектируемых частиц. Особенно важным в этом плане является выяснение возможности насыщенного режима инжекции. В этом случае, когда темп инжекции частиц в режим ускорения превышает некоторое минимальное значение, ускоренным частицам передается существенная часть (около половины) полной энергии плазмы в ударной волне, благодаря саморегулирующим свойствам процесса регулярного ускорения. Судя по информации, полученной в межпланетном пространстве, режим насыщенной инжекции можно считать реальным, хотя не ясно, в какой степени его осуществление возможно в межзвездной среде. Важность этого момента связана также с тем, что, по-видимому, только при условии насыщенной инжекции ускорение на ударных волнах от сверхновых способно обеспечить требуемую энергетику ГКЛ.

Другой важной задачей является последовательное описание развития плазменной турбулентности перед ударным фронтом ускоренными частицами, в условиях, когда они содержат существенную долю полной энергии в ударной волне. Сложность этой задачи, в частности, связана с тем, что МГД турбулентность, как показывают оценки, может достигать нелинейного уровня. При этом, помимо обычно рассматриваемой альвеновской турбулентности, в области предфронта возможна генерация длинноволновых возмущений других типов<sup>168–170, 84</sup>. Исследование динамики плазменной турбулентности, которая, как и КЛ, является существенным фактором, определяющим структуру ударной волны, имеет также важное значение для проблемы происхождения космических лучей. Повышение уровня возмущенности среды перед

ударным фронтом ведет к снижению коэффициента диффузии КЛ в этой области, что в условиях ударных волн конечных размеров способствует увеличению максимальной энергии ускоренных частиц.

В заключение подчеркнем, что изучение процесса регулярного ускорения имеет важное значение также для физики бесстолкновительных ударных волн, поскольку вследствие высокой эффективности этого процесса ускоренные частицы являются фактором, существенно влияющим на динамику и структуру ударной волны.

Авторы выражают благодарность В. К. Елшину и А. А. Турпанову за помощь, оказанную при написании работы.

Институт космофизических исследований  
и аэронауки  
Якутского филиала СО АН СССР

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях.— М.: Наука, 1983.
2. Березинский В. С., Буланов С. В., Гинзбург В. Л., Догель В. А., Птускин В. С. Астрофизика космических лучей.— М.: Наука, 1984.
3. Блох Я. Л., Дорман Л. И., Кампнер Н. С.//Труды 6-й Международной конференции по космическим лучам.— Москва, 1959.— Т. 4. С. 178.
4. Neu E. P., Winskler I. R., Freier P. S.//Phys. Rev. Lett. 1959. V. 3. P. 183.
5. Чарахчьян А. Н., Тулинов В. Ф., Чарахчьян Т. Н.//ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 1031.
6. Чарахчьян А. Н.//УФН. 1964. Т. 83. С. 35.
7. Andersen K. A., Enmark D. C.//J. Geophys. Res. 1960. V. 65. P. 1034.
8. Axford W. I., Reid G. C.//Ibidem. 1962. V. 67. P. 1692; V. 68. P. 1793.
9. Parker E. N.//Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 1328.
10. Дорман Л. И., Фрейдман Г. И.//Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы.— Рига: Зинатне, 1959.— С. 77.
11. Hoyle F. Mon. Not. RAS. 1960. V. 120. P. 338.
12. Шабанский В. П.//ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 1107.
13. Hudson P. D.//Mon. Not. RAS. 1965. V. 131. P. 23.
14. Тверской Б. А.//ЖЭТФ. 1967. Т. 52. С. 483.
15. Тверской Б. А.//Ibidem. Т. 53. С. 1417.
16. Алексеев И. И., Кропоткин А. П.//Геомагн. и аэронаука. 1970. Т. 10. С. 953.
17. Bryant D. A., Cline T. L., Desai V. D., McDonald F. B.//J. Geophys. Res. 1962. V. 67. P. 4983.
18. Вернов С. Н., Горчаков Е. В., Тимофеев Г. А.//Геомагн. и аэронаука. 1969. Т. 9. С. 961.
19. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред.— М.: Гостехиздат, 1953.
20. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн.— М.: Наука, 1957.
21. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме.— М.: Наука, 1976.
22. Сагдеев Р. З.//Вопросы теории плазмы.— М.: Атомиздат, 1964.— Т. 4. С. 20.
23. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков.— М.: Атомиздат, 1979.
24. McKee C. F., Hollenbach D. J. Ann. Rev. Astron. and Astrophys. 1980. V. 18. P. 219.
25. Pesses M. E. Thesis.— College Park: Univ. of Maryland, 1979.
26. Webb G. M., Axford W. I., Terasawa T.//Astrophys. J. 1983. V. 270. P. 573.
27. Sagdeev I. R., Sagdeev R. Z., Shapiro V. D., Shevchenko V. I., Szegö K. Preprint KFKI-1984-75.— Budapest: Central Research Institute for Physics, 1984.
28. Arefiev A. S., Gedalin M. E., Krasnoselskikh V. V., Lomidze J. G.//Proc. Course and Workshop on Plasma Astrophysics. ESA SP-251.— Sukhumi, 1986.— P. 243.
29. Крымский Г. Ф.//ДАН СССР. 1977. Т. 234. С. 1306.

30. Axford W. I., Leer E., Skadron G.//Proc. of the 15th ICRC.— Plovdiv, 1977.— V. 11. P. 132.
31. Bell A. R.//Mon Not. RAS 1978. V. 182. P. 147.
32. Bell A. R.//Ibidem. P. 443.
33. Blandford R. D., Ostriker J. R.//Astrophys. J. 1978. V. 221. P. L29.
34. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы.— М.: Атомиздат, 1971.
35. Елшин В. К., Крымский Г. Ф., Петухов С. И., Ромащенко Ю. А., Транский И. А.//Геомагн. и аэроном. 1979. Т. 19. С. 793.
36. Michel F. C.//Astrophys. J. 1981. V. 247. P. 664.
37. Reacock J. A.//Mon. Not RAS. 1981. V. 196. P. 135.
38. Webb G. M., O'Drury L. C., Bierman P.//Astron. and Astrophys. 1984. V. 137. P. 185.
39. O'Drury L. C.//Rep. Prog. Phys. 1983. V. 46. P. 973.
40. Шкловский И. С. Сверхновые звезды и связанные с ними проблемы.— М.: Наука, 1976.
41. Topchygin I. N.//Space Sci. Rev. 1980. V. 26. P. 157.
42. Axford W. I.//Proc. IAU/IUPAP Symp. No. 94.— Dordrecht, Holland: D. Reidel, 1980.— P. 339.
43. Axford W. I.//Proc. of the 17th ICRC.— Paris, 1981.— V. 12. P. 155.
44. Blandford R. D.//Proc. of Workshop on Particle Acceleration in Astrophysics. La Jolla.— AIP Conf. Proc. 1979. V. 56. P. 335.
45. Fermi E.//Phys. Rev. 1949. V. 75. P. 1169; Astrophys. J. 1954. V. 119. P. 1.
46. Бережко Е. Г.//Письма ЖЭТФ. 1981. Т. 33. С. 416.
47. Бережко Е. Г., Крымский Г. Ф.//Письма Астрон. ж. 1981. Т. 7. С. 636.
48. Крымский Г. Ф.//Геомагн. и аэроном. 1964. Т. 4. С. 977.
49. Parker E. N.//Planet. and Space Sci. 1965. V. 13. P. 9.
50. Долгинов А. Э., Топтыгин И. Н.//ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 1771.
51. Крымский Г. Ф. Модуляция космических лучей в межпланетном пространстве.— М.: Наука, 1969.
52. Паркер Е. Н. Динамические процессы в межпланетной среде.— М.: Наука, 1965.
53. Gleeson L. Y., Webb A. J.//Astrophys. and Space Sci. 1978. V. 60. P. 335.
54. Бережко Е. Г.//Геомагн. и аэроном. 1984. Т. 24. С. 714.
55. Крымский Г. Ф., Кузьмин А. И., Кривошапкин П. А., Самсонов И. С., Скрипкин Г. В., Транский И. А., Чирков Н. П. Космические лучи и солнечный ветер.— Новосибирск: Наука, 1981.
56. Васильев В. Н., Топтыгин И. Н., Чирков А. Г.//Геомагн. и аэроном. 1978. Т. 18. С. 415.
57. Webb G. M.//Astron. and Astrophys. 1983. V. 124. P. 163.
58. O'Drury L. C., Axford W. I., Summers D.//<sup>43</sup>— V. 2. P. 327; Mon. Not. RAS. 1982. V. 198. P. 833.
59. Крымский Г. Ф., Елшин В. К., Ромащенко Ю. А., Безродных И. П.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1978. Т. 42. С. 1070.
60. Елшин В. К., Крымский Г. Ф., Петухов С. И., Турпанов А. А., Ромащенко Ю. А.//Геомагн. и аэроном. 1981. Т. 21. С. 781.
61. Васильев В. Н., Топтыгин И. Н., Чирков А. Г.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1978. Т. 42. С. 984.
62. Васильев В. Н., Топтыгин И. Н., Чирков А. Г.//Косм. исслед. 1980. Т. 18. С. 556.
63. Прищеп В. Л., Птускин В. С.//Астроном. ж. 1981. Т. 58. С. 779.
64. Forman M. A., O'Drury L. C.//Proc. of the 18th ICRC.— Bangalore, 1983.— V. 2. P. 267.
65. Krymsky G. F., Kuzmin A. I., Petukhov S. I., Turpanov A. A.//Proc. of the 16th ICRC.— Kyoto, 1979.— V. 2. P. 38.
66. Lagage P. O., Cesarsky C. J.//Proc. Intern. of School and Workshop on Plasma Astrophysics.— Varenna, 1981.— P. 317.
67. Lagage P. O., Cesarsky C. J.//Astron. and Astrophys. 1983. V. 118. P. 223.
68. Тверской Б. А.//Труды 10-го Ленинградского семинара по космофизике.— Л., 1978.— С. 137.
69. Тверской Б. А.//Геомагн. и аэроном. 1983. Т. 23. С. 353.
70. Webb G. M.//Astrophys. J. 1983. V. 270. P. 319.
71. Буланов С. В., Догель В. А.//Письма Астроном. ж. 1979. Т. 5. С. 521.
72. Völk H. J., Morfill G. E., Forman M. A.//<sup>65</sup>— V. 2. P. 38.
73. Völk H. J., Morfill G. E., Forman M. A.//Astrophys. J. 1981. V. 249. P. 161.
74. Krymsky G. F., Kuzmin A. I., Petukhov S. I.//<sup>65</sup>— V. 2. P. 44.

75. Гинзбург В. Л., Сыроватский С. И. Происхождение космических лучей.— М.: Изд-во АН СССР, 1963.
76. Трубников Б. А.//Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича.— М.: Атомиздат, 1963.— Вып. 1. С. 98.
77. McKee C. F., Ostriker J. P.//Astrophys. J. 1977. V. 218. P. 148.
78. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы.— М.: Наука, 1977.
79. Webb G. M., Axford W. I., Forman M. A.//<sup>43</sup>— V. 2. P. 309;<sup>64</sup>— V. 2. P. 263.
80. Forman M. A., Webb G. M., Axford W. I.//<sup>43</sup>— V. 2. P. 313.
81. Дорман Л. И., Кац М. Е., Носов С. Ф., Федоров Ю. И., Шахов Б. А.//Геоман. и аэроном. 1982. Т. 22. С. 705.
82. Крымский Г. Ф., Петухов С. И.//Письма Астроном. ж. 1980. Т. 6. С. 227.
83. Бережко Е. Г., Крымский Г. Ф.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1982. Т. 46. С. 1656.
84. Berezhko E. G.//<sup>28</sup>— P. 271.
85. Бережко Е. Г., Елшин В. К., Крымский Г. Ф., Турпанов А. А.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1987. Т. 51. С. 1790.
86. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1972.
87. Berezhko E. G., Krymsky G. F.//<sup>64</sup>— V. 2. P. 255.
88. Berezhko E. G., Krymsky G. F.//Abstracts of the 25th Plenary Meeting of COSPAR. Graz, Austria, 1984— P. 128.
89. Быков А. М., Топтыгин И. Н.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979. Т. 43. С. 2552.
90. Быков А. М., Топтыгин И. Н.//Ibidem. 1980. т. 44. с. 2574.
91. Быков А. М., Топтыгин И. Н.//Ibidem. 1981. Т. 45. С. 474.
92. O'Drury L. C., Völk H. J.//Astrophys. J. 1981. V. 248. P. 344.
93. Axford W. I., Leer E., McKenzie Y. F.//Astron. and Astrophys. 1982. V. 111. P. 317.
94. McKenzie Y. F., Völk H. J.//Ibidem. V. 116. P. 191.
95. Völk H. J., O'Drury L. C., McKenzie Y. F.//Ibidem. 1984. V. 130. P. 19.
96. Völk H. J., Preprint MPI H-1984-V19.— Heidelberg: Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1984.
97. Skillington J. A.//Astrophys. J. 1971. V. 170. P. 265.
98. Achterberg A., Norman C. A.//Astron. and Astrophys. 1980. V. 89. P. 353.
99. Achterberg A.//Ibidem. 1981. V. 76. P. 195.
100. Ptuskin V. S.//Astrophys. and Space Sci. 1981. V. 76. P. 265.
101. Lee M. A., Völk H. J.//Ibidem. 1973. V. 24. P. 31.
102. Буланов С. В., Соколов И. В.//Астроном. ж. 1984. Т. 61. С. 882.
103. Webb G. M.//Astron. and Astrophys. 1983. V. 127. P. 94.
104. Буланов С. В., Соколов И. В.//Письма Астроном. ж. 1984. Т. 10. С. 594.
105. Крымский Г. Ф.//Труды 7-го Европейского симпозиума по космическим лучам.— Л., 1980.— С. 200.
106. Крымский Г. Ф.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 461.
107. Ellison D. C. Thesis.— Washington: Catholic University, 1981.
108. Ellison D. C., Jones F. C., Eichler D.//J. Geophys. 1981. V. 50. P. 110.
109. Ellison D. C.//J. Geophys. Res. Lett. 1981. V. 9. P. 911.
110. Eichler D.//Astrophys. J. 1984. V. 277. P. 429.
111. Ellison D. C., Eichler D.//Ibidem. V. 286. P. 691.
112. Berezhko E. G., Yelshin V. K., Krymsky G. F., Romaschenko Yu. A.//<sup>64</sup>— V. 2. P. 259.
113. Бережко Е. Г., Елшин В. К., Крымский Г. Ф., Ромащенко Ю. А.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 2221.
114. Ellison D. C.//J. Geophys. Res. 1985. V. 90. P. 29.
115. Ellison D. C., Jones F. C., Eichler D.//<sup>64</sup>— V. 2. P. 271.
116. Berezhko E. G., Yelshin V. K., Krymsky G. F., Турпанов А. А.//Proc. of the 19th ICRC.— La Jolla, USA, 1985.— V. 3. P. 152.
117. Eichler D., Hainebach K.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 1560.
118. Eichler D.//Astrophys. J. 1979. V. 229. P. 419.
119. Blandford R. D.//Ibidem. 1980. V. 238. P. 410.
120. Eichler D.//Ibidem. 1981. V. 244. P. 711.
121. Heavens A. F.//Mon. Not. RAS 1983. V. 204. P. 699.
122. Achterberg A., Blandford R., Periwai V.//Astron. and Astrophys. 1984. V. 132. P. 97.
123. Krymsky G. F.//Adv. Space Res. 1984. V. 4. P. 175.

124. Eichler D.//*Astrophys. J.* 1985. V. 294. P. 40.  
 125. Ellison D. C., Eichler D.//<sup>114</sup>.—V. 3. P. 124; *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 51. P. 2735.  
 126. Галеев А. А.//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1655.  
 127. Грибов Б. Э., Сагдеев Р. З., Сёге К., Шапиро В. Д., Шевченко В. И.//*Письма ЖЭТФ.* 1986. Т. 43. С. 230.  
 128. Кручина Е. Н., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д.//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 789.  
 129. Мюшер С. Л., Рубенчик А. М., Шапиро И. Я.//ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 890.  
 130. Sarris E. T., Van Allen J. A.//*J. Geophys. Res.* 1974. V. 79. P. 4157.  
 131. Акасофу С. И., Чепмен С. Солнечно-земная физика.— М.: Наука, 1974.  
 132. Lee M. A.//*J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 5063.  
 133. Scholer M. F., Ipravich F. M., Glochler G., Hovestadt D.//*Ibidem.* 1983. V. 88. P. 1977.  
 134. Van Nes P., Reinhard R., Sanderson T. R., Wenzel K.-P.//*Ibidem.* 1984. V. 89. P. 2122.  
 135. Tsurutani B. T., Lin R. P.//*Ibidem.* 1985. V. 90. P. 1.  
 136. Sanderson T. R., Reinhard R., van Nes P., Wenzel K.-P.//*Ibidem.* P. 19.  
 137. Lee M. A.//*Ibidem.* 1983. V. 88. P. 6109.  
 138. Gosling Y. T., Asbridge J. R., Bame S. J., Feldman W. C., Zwickl R. D., Paschmann G., Sokopke N., Hundt P. J.//*Ibidem.* 1981. V. 86. P. 547.  
 139. Lee M. A., Fisk L. A.//*Space Sci. Rev.* 1982. V. 32. P. 205.  
 140. Bai T., Hudson H. S., Pelling R. M., Lin R. P., Schwartz R. A., Van Rosenvinge T. T.//*Astrophys. J.* 1983. V. 267. P. 433.  
 141. Ellison D. C., Ramaty R.//<sup>114</sup>.—V. 4. P. 6; *Astrophys. J.* 1985. V. 298. P. 400.  
 142. Дорман И. В., Дорман Л. И.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1967. Т. 31. С. 1239.  
 143. Jokipii J. R.//*Astrophys. J.* 1968. V. 152. P. 799.  
 144. Бахарева М. Ф.//*Геомагн. и аэроном.* 1975. Т. 15. С. 393.  
 145. Petukhov S. I., Nikolaev V. S., Turpanov A. A.//<sup>43</sup>.—V. 3. P. 460.  
 146. Eichler D., Pesses M. E., Jokipii J. R.//*Ibidem.* P. 463.  
 147. Петухов С. И., Турпанов А. А., Николаев В. С.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1984. Т. 48. С. 2066.  
 148. Petukhov S. I., Turpanov A. A., Nikolaev V. S.//<sup>114</sup>.—V. 4. P. 196.  
 149. Hamilton D. C.//*J. Geophys. Res.* 1977. V. 82. P. 2157.  
 150. Zwickl R. D., Webber W. R.//*Ibidem.* 1978. V. 83. P. 1157.  
 151. Зельдович М. А., Логачев Ю. И.//*Косм. исслед.* 1983. Т. 21. С. 803.  
 152. Chevalier R. A.//*Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 1977. V. 15. P. 175.  
 153. Blandford R. D., Ostriker J. P.//*Astrophys. J.* 1980. V. 237. P. 793.  
 154. Bogdan T. Y., Völk H. J.//*Astron. and Astrophys.* 1983. V. 112. P. 129.  
 155. Moraal H., Axford W. I.//*Ibidem.* V. 125. P. 204.  
 156. Ginzburg V. L., Khazan Ya. M., Ptuskin V. S.//*Astrophys. and Space Sci.* 1980. V. 68. P. 295.  
 157. Ginzburg V. L., Ptuskin V. S.//<sup>43</sup>.—V. 2. P. 336.  
 158. Fedorenko V. N.//*Astrophys. and Space Sci.* 1983. V. 96. P. 25.  
 159. Гинзбург В. Л., Птушкин В. С.//*Итоги науки и техники. Сер. «Астрономия».*—М.: ВИНТИ АН СССР, 1983.—Т. 24. С. 94.  
 160. Garcia-Munoz M., Mazon G. M., Simpson J. A.//*Astrophys. J.* 1977. V. 217. P. 859.  
 161. Hayakawa S. *Cosmic Ray Physics.*—New York: J. Wiley, 1969.  
 162. Cowsik R.//*Astrophys. J.* 1980. V. 241. P. 1195.  
 163. Eichler D.//*Ibidem.* 1980. V. 237. P. 809.  
 164. Lerche I., Schlickeiser R.//<sup>114</sup>.—V. 3. P. 226.  
 165. Cowsik R., Lee M. A.//<sup>43</sup>.—V. 2. P. 318.  
 166. Jokipii J. R., Morfill G. E.//<sup>114</sup>.—V. 3. P. 132.  
 167. Kazanas D., Ellison D. C.//*Ibidem.*—P. 128.  
 168. McKenzie J. F., Webb G. M.//*J. Plasma Phys.* 1984. V. 31. P. 275.  
 169. Zank A. P., McKenzie J. F.//<sup>114</sup>.—V. 3. P. 111.  
 170. Dorfi E. A., O'Drury L. C.//*Ibidem.*—P. 121.