

Лекция 6

Механизмы фазовых переходов во Вселенной. Бариогенезис. Закалка нейтрино. Закалка нейтронов и начало первичного нуклеосинтеза.

Начало тепловой истории Вселенной - фазовые переходы:

- GUT-фазовый переход, $\sim 10^{16}$ ГэВ, $\sim 10^{-39}$ сек (?)
- Электрослабый фазовый переход, ~ 100 ГэВ, $\sim 10^{-10}$ сек
- Конфайнмент кварков + кварковый конденсат, ≈ 170 МэВ, $\sim 10^5$ сек

Типы и механизмы фазовых переходов

Механизм Хиггса

- Фазовый переход является результатом возникновения ненулевого среднего поля $\langle \varphi \rangle_T$ при снижении температуры до некоторого критического значения.
- Равновесное значение поля минимизирует большой ТД потенциал

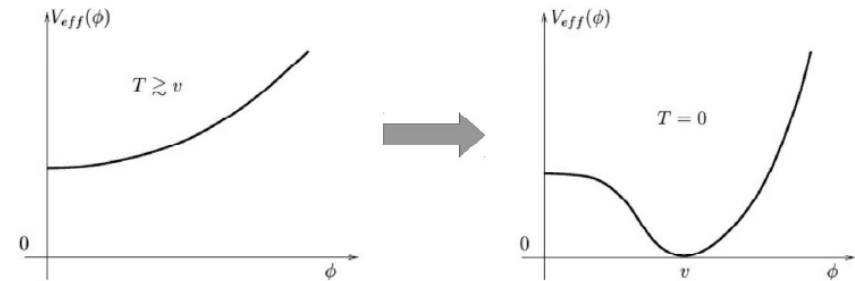
$$\Phi_G = U - TS - \mu N \quad (6.1)$$

На РД-статдии $\mu \sim 0$. Остается свободная энергия:

$$F = U - TS = \Omega V_{eff}(T, \varphi) \quad (6.2)$$

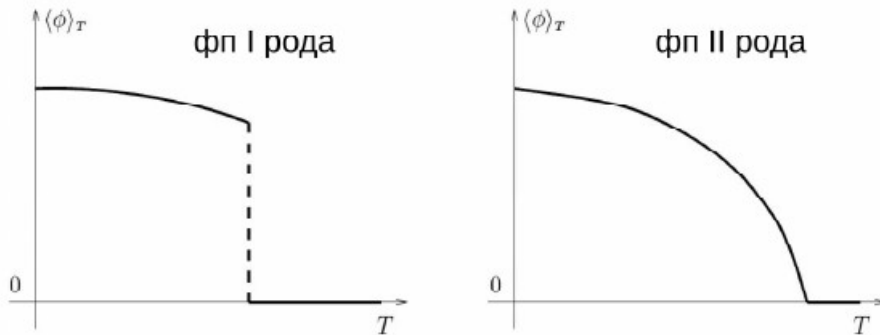
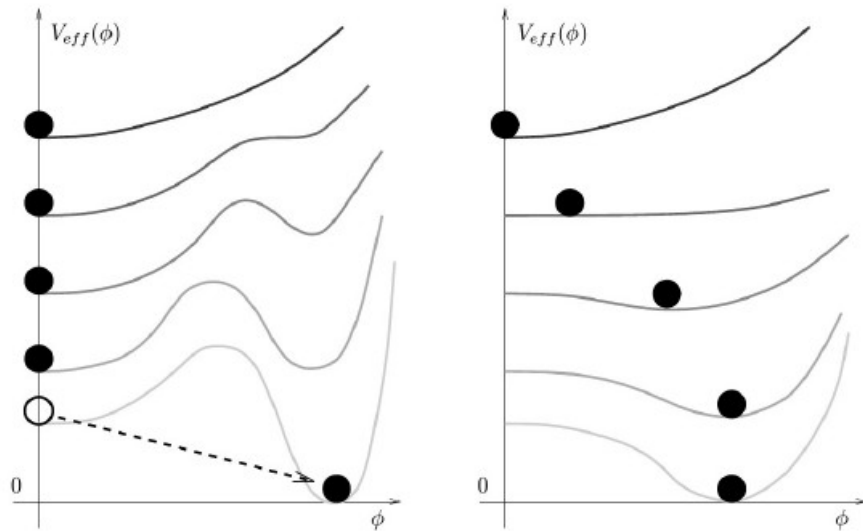
Ω – объем, $V_{eff}(T, \varphi)$ – эффективный потенциал поля при температуре T .

Симметрия, существующая при больших температурах ($T > v$), может быть нарушена при $T = 0$:



Вопрос: как именно происходит трансформация $\langle \varphi \rangle_T = 0 \rightarrow \langle \varphi \rangle_T \neq 0$?

Фазовые переходы I и II рода



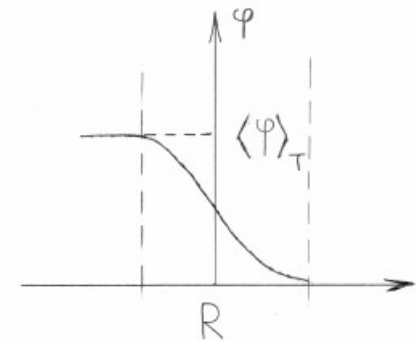
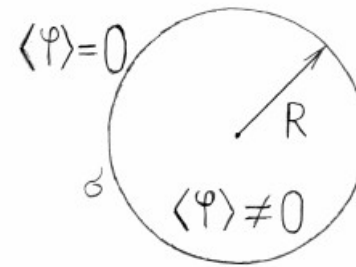
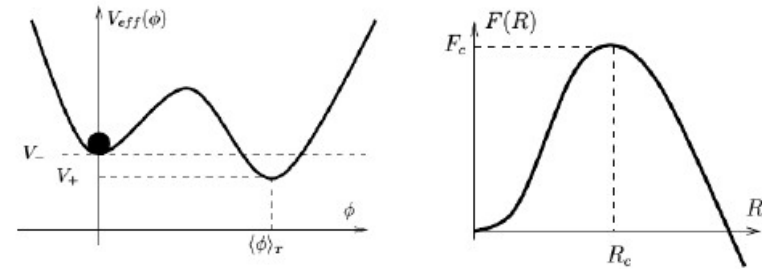
Кроссовер – похоже на I рода, но нет резкого скачка

- Пример первого рода – жидкость \rightarrow пар
- Примеры II рода – точка Кюри, киральный переход QCD
- Пример кроссовера – вода \rightarrow пар при высоких давлениях

Ф.п. II рода происходит плавно во всем пространстве.

Ф.п. I рода во всем пространстве произойти не может, т.к. должен быть преодолен потенциальный барьер свободной энергии.

Ф.п. I рода: Вероятность образования пузыря новой фазы



Баланс объемной и поверхностной энергии:

$$\Delta V = V_+ - V_- \quad (6.3)$$

$$F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} R^3 \Delta V \quad (6.4)$$

Если $R < R_c$ пузырек схлопывается
 Если $R > R_c$ пузырек растет $\Rightarrow R_c$ – критический пузырек

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \rightarrow R_c; \quad R_c = \frac{2\sigma}{\Delta V} \quad (6.5)$$

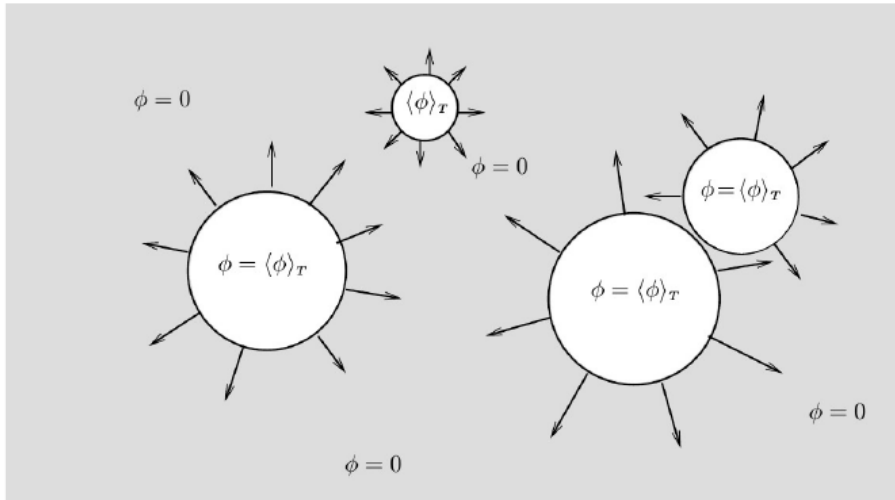
$$F_c(T) = 4\pi \left(\frac{2\sigma}{\Delta V}\right)^2 - \frac{4\pi}{3} \left(\frac{2\sigma}{\Delta V}\right)^3 \Delta V = \frac{16\pi}{3} \frac{\sigma^3}{\Delta V^2} \quad (6.6)$$

Вероятность флуктуации в единицу времени в единице объема до F_c : больцмановский множитель + размерность:

$$\Gamma \sim AT^4 e^{-F_c/T} \quad (6.7)$$

A слабо зависит от T , $F_c \gg T$
 (Формула Аррениуса)

Для перехода необходимо переохлаждение.



• Условие перехода: вероятность образования 1 пузыря в хаббловском объеме за хаббловское время ~ 1 :

$$AT^4 e^{-F_c/T} \sim H^4(T) = \left(\frac{T^2}{M_{Pl}^*}\right)^4 \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{F_c(T)} \ln \left[A \left(\frac{M_{Pl}^*}{T}\right)^4 \right] \quad (6.8)$$

Как считать температуру перехода

- Используя какую-то технику (аналитику, расчеты на решетке) считать $V_{eff}(T, \varphi)$
- Через $V_{eff}(T, \varphi)$ считать $\Delta V(T)$
- Считать $\sigma(T)$ (вариационная задача: профиль $\varphi(r)$ вблизи $r = R$ должен минимизировать свободную энергию)
- Через $\Delta V(T)$ и $\sigma(T)$ найти $F_c(T)$ (формула (6.6))
- Решать относительно T уравнение (6.8) $\rightarrow T_c$

Пример: электрослабый переход (на что это может быть похоже)

$$T \sim 100 \text{ ГэВ} \quad (6.9)$$

$$R_c \sim \frac{1}{T} \sim 10^{-15} \div 10^{-16} \text{ см} \quad (6.10)$$

$$H^{-1} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim 1 \text{ см} \quad (6.11)$$

1 пузырек размером 10^{-15} см в 1 см^3 .

Для $m_H = 125 \text{ ГэВ}$ может иметь место не ф.п. I рода, а гладкий кроссовер.

Бариогенезис – генерация барионной асимметрии

Два основных варианта:

1. На фазе постинфляционного разогрева.
2. На этапе горячего Большого взрыва.

Рассматриваем только вариант 2.

Предполагается динамическая генерация избытка барионов

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \approx 0.86 \cdot 10^{-10} \quad (6.12)$$

из первоначально симметричного состояния.

Условия Сахарова:

1. Несохранение барионного числа
2. Нарушение CP -инвариантности
3. Нарушение ТД-равновесия

1. – очевидно.

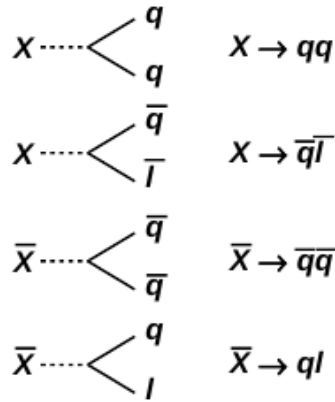
3. – следует из 1. Если бы было нарушение барионного числа, но было бы и равновесие, то число барионов было бы равно числу антибарионов.

2. – нетривиально.

Существует ~ 10 моделей бариогенезиса. Рассматриваем только одну:

GUT бариогенезис

Те же частицы X , $M_X \sim 10^{16}$ ГэВ, которые могут приводить к распаду протона, сами могут распадаться на кварки и лептоны:



Из-за CP -нарушения парциальные вероятности каналов могут не совпадать:

$$P(X \rightarrow qq) = r \quad (6.13)$$

$$P(X \rightarrow \bar{q}l) = 1 - r \quad (6.14)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \bar{r} \quad (6.15)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow ql) = 1 - \bar{r} \quad (6.16)$$

Если было $n_X = n_{\bar{X}}$, то после распада X -частиц образуется избыток барионного заряда:

$$\begin{aligned}
 n_B &= n_X r \cdot \frac{2}{3} + n_X(1 - r) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \\
 &+ n_X \bar{r} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + n_X(1 - \bar{r}) \cdot \frac{1}{3} = \\
 &= n_X(r - \bar{r}) \quad (6.17)
 \end{aligned}$$

Распадов X и \bar{X} должно быть больше, чем рождений! (неравновесие)

Температура GUT-бариогенезиса $10^{15} \div 10^{16}$ ГэВ (как и фазовый переход GUT)

Интересная возможность: если CP -нарушение зависит от пространства (например, является результатом спонтанного нарушения симметрии), то могут образоваться домены вещества и антивещества.

Закалка нейтрино

Температура – МэВы

e^-, e^+ – ультрарелятивистские

μ, τ – уже проаннигилировали

Барионы – нерелятивистские

Процессы: $\nu + e \rightleftharpoons \nu + e$ рассеяние
 $\nu + \nu \rightleftharpoons \nu + \nu$ рассеяние
 $\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^-$ аннигиляция

Сечение процессов, по размерности:

$$G_F = 1.17 \cdot 10^5 \text{ ГэВ}^{-2} \quad (6.18)$$

$$\sigma_\nu \sim G_F^2 E^2 [\text{ГэВ}^{-4} \cdot \text{ГэВ}^2 = \text{ГэВ}^{-2}] \quad (6.19)$$

Время свободного пробега

$$\begin{aligned} \tau_\nu &= \frac{1}{\langle \sigma_\nu \nu n \rangle} = \langle v \sim 1 \rangle = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \\ &= \langle n_i = \frac{3}{4} g_i \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \rangle \sim \frac{1}{\sigma_\nu T^3} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Хаббловское время

$$\frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}; \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(2+2) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \langle \gamma, e^\pm, \nu \rangle \quad (6.21)$$

Условие закалки ν :

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{H} \Rightarrow \frac{1}{G_F^2 T^5} \sim \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \quad (6.22)$$

$$T_{\nu, f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.2 \text{ МэВ} \quad (6.23)$$

Возраст Вселенной для $T_{\nu, f}$

$$t_{\nu, f} = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2} \frac{M_{Pl}^*}{T_{\nu, f}^2} = 0.85 \text{ сек} \quad (6.24)$$

Функция распределения по импульсам для газа не взаимодействующих частиц
(как ν после закалки).

Функции распределения *не равновесные*.

Плоская метрика:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \delta_{ij} dx_i dx_j \quad (6.25)$$

\mathbf{X}, \mathbf{p} – физические координаты и импульс
 $f(\mathbf{X}, \mathbf{p}) d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p}$ – число частиц в элементе фазового объема $d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p}$.

Однородное пространство $\Rightarrow f$ зависит только от \mathbf{p}

Координатные импульсы не зависят от времени; координатный объем постоянен \Rightarrow

$$f_0(\mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k} = \text{const} \quad (6.26)$$

Но

$$d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k} = d^3(a\mathbf{x}) d^3 \left(\frac{\mathbf{k}}{a} \right) = d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p} \quad (6.27)$$

– координатный фазовый объем совпадает с физическим и не меняется \Rightarrow

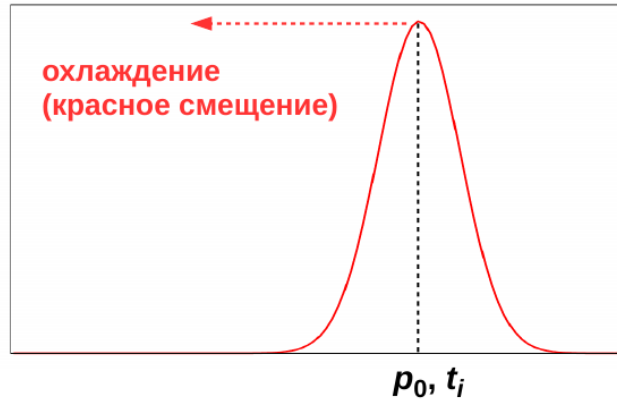
$$f(\mathbf{p}, t) d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p} = f_0(\mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k} |_{\mathbf{k}=a(t)\mathbf{p}} \quad (6.28)$$

$$f(\mathbf{p}, t) = f_0(\mathbf{k}) |_{\mathbf{k}=a(t)\mathbf{p}} = f_0(a(t)\mathbf{p}) \quad (6.29)$$

$$f(\mathbf{p}, t_i) \equiv f_i(\mathbf{p}) = f_0(a(t_i)\mathbf{p}) \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} f(\mathbf{p}, t) = f_0(a(t)\mathbf{p}) &= f_0\left(a(t_i) \left[\frac{a(t)}{a(t_i)}\mathbf{p}\right]\right) = \\ &= f_i\left(\frac{a(t)}{a(t_i)}\mathbf{p}\right) \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$f(\mathbf{p}, t) = f_i\left(\frac{a(t)}{a(t_i)}\mathbf{p}\right) \quad (6.32)$$



Сейчас:

$$T_\nu(t_0) = T_{\nu,f} \frac{a(t_{\nu,f})}{a(t_0)} = \frac{T_{\nu,f}}{1 + z_{\nu,f}} \quad (6.33)$$

- Сначала T_ν и T_γ падают одинаково.
- После закалки нейтрино, $T_{\nu,f} = 1.2 \text{ МэВ}$ остается много e^\pm , которые аннигилируют **ПОЗЖЕ** и дополнительно подогреваю газ фотонов.

На сколько?

Сохранение энтропии:

$$s = g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3; \quad sa^3(t) = \text{const} \Rightarrow \quad (6.34)$$

$$g_*(T)a^3T^3 = \text{const} \quad (6.35)$$

После закалки ν , но перед аннигиляцией e^+, e^- в электрон-фотонную энтропию дают вклад γ, e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{before}) = 2 + \frac{7}{8}(2 + 2) = \frac{11}{2} \quad (6.36)$$

После аннигиляции e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{after}) = 2 \Rightarrow \quad (6.37)$$

a меняется мало за время аннигиляции

$$g_*^{em}(\text{before})a^2T_{\nu,\gamma}^3 = g_*^{em}(\text{after})a^2T_\gamma^3 \Rightarrow \quad (6.38)$$

$$\frac{T_\gamma^3}{T_{\nu,\gamma}^3} = \frac{g_*^{em}(\text{before})}{g_*^{em}(\text{after})} = \frac{11/2}{2} = \frac{11}{4} \Rightarrow \quad (6.39)$$

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} \quad (6.40)$$

Сейчас:

$$T_\nu = \frac{2.73 \text{ K}^\circ}{(11/4)^{1/3}} = 1.95 \text{ K}^\circ \quad (6.41)$$

Релятивистская ф.р. ν заморожена \Rightarrow
 Плотность реликтовых нейтрино каждого типа
 (частицы + античастицы)

$$n_\nu = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_\nu^3 = 112 \text{ см}^{-3} \quad (6.42)$$

(даже если нейтрино массивные и сейчас нерелятивистские!)

Ограничение сверху на массу нейтрино

$m_\nu \gg T_\nu$

$$\rho_{\nu_i} \cong m_{\nu_i} n_\nu \quad (6.43)$$

$$\Omega_{\nu_i} = \frac{\rho_{\nu_i}}{\rho_c} = \frac{m_{\nu_i} \times 112 \text{ см}^{-3}}{1.88 \cdot 10^{-29} h^2 \Gamma / \text{см}^3} = \frac{m_{\nu_i}}{1 \text{ эВ}} \times 0.01 h^{-2} \quad (6.44)$$

Потребуем $\sum \Omega_{\nu_i} < \Omega_M \Rightarrow$

$$\sum_i m_{\nu_i} 0.01 h^{-2} < \Omega_M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} < 100 h^2 \Omega_M \text{ эВ} \approx 14 \text{ эВ} \quad (6.45)$$

(современное ограничение по всем наблюдениям:
 $\sum m_{\nu_i} \lesssim 1 \text{ эВ}$)

Закалка нейтронов

При высоких температурах и плотностях n и p находятся в равновесии за счет слабых процессов

$$p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e, \quad n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \quad (6.46)$$

Характерные масштабы энергии:

$$\Delta m = m_n - m_p = 1.3 \text{ МэВ} \quad (6.47)$$

$$m_e = 0.51 \text{ МэВ}$$

Будем считать $T > \Delta m, m_e$

$$\sigma_{pn} \sim G_F^2 E^2; \quad \tau_{pn} = \frac{1}{\sigma_{pn} v n} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (6.48)$$

τ_{pn} определяется электронами и нейтрино, которые УР.

Закалка нейтронов:

$$\tau_{np} \sim \frac{1}{H} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \quad (6.49)$$

Релятивистские γ, e^\pm, ν :

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \quad (6.50)$$

– точно как для закалки ν , и снова

$$T_{n,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.2 \text{ эВ} \quad (6.51)$$

Но это противоречит предположению $T_{n,f} > \Delta m!$

Более точное значение:

$$T_{n,f} \approx 0.8 \text{ МэВ}, \quad t_{n,f} \approx 2.5 \text{ сек} \quad (6.52)$$

Остаточная концентрация нейтронов

В равновесии

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_\nu \Rightarrow \mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \quad (6.53)$$

Различие между концентрацией УР частиц и античастиц:

$$\Delta n = \mu \frac{T^2}{6} \quad \text{— фермионы} \quad (6.54)$$

$$\Delta n = \mu \frac{T^2}{3} \quad \text{— бозоны}$$

$$n_{e^-} - n_{e^+} \sim \mu_e T^2 \Rightarrow \frac{\mu_e}{T} \sim \frac{n_{e^-} - n_{e^+}}{T^3} \quad (6.55)$$

Одновременно

$$n_{e^-} - n_{e^+} = n_p \quad (6.56)$$

$$n_\gamma \sim T^3 \Rightarrow \frac{n_p}{T^3} \sim \eta_B \sim 10^{-9} \Rightarrow \quad (6.57)$$

$$\frac{\mu_e}{T} \sim \frac{n_{e^-} - n_{e^+}}{T^3} = \frac{n_p}{T^3} \sim 10^{-9} \Rightarrow \frac{\mu_e}{T} \sim 10^{-9} \quad (6.58)$$

Предположим, что нет большой лептонной асимметрии:

$$\mu_\nu T^2 \sim n_\nu - n_{\bar{\nu}} \ll n_\nu + n_{\bar{\nu}} \sim T^3 \Rightarrow \frac{\mu_\nu}{T} \ll 1 \quad (6.59)$$

Тогда

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \approx \mu_p \quad (6.60)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (6.61)$$

$$n_n = 2 \left(\frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (6.62)$$

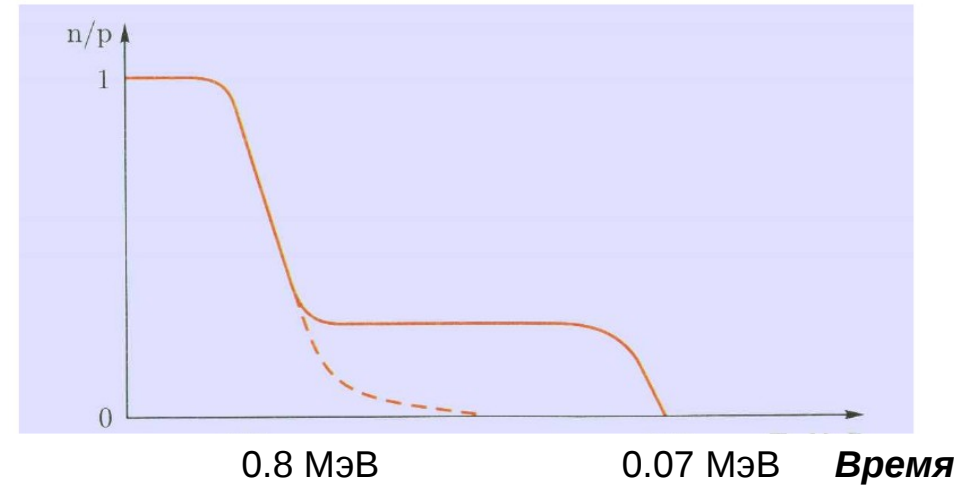
Отсюда

$$\frac{n_n}{n_p} \cong e^{-(m_n - m_p)/T_{n,f}} = e^{-\Delta m/T_{n,f}} \quad (6.63)$$

Для $T_{n,f} = 0.8 \text{ МэВ}$

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-1.3/0.8} \approx 0.2 \quad (6.64)$$

Отношение зависит от предположения о малой лептонной асимметрии, через $T_{n,f}$ отношение зависит от g_* , которое зависит от предположения $N_\nu = 3$. Так как n_n/n_p радикально влияет на первичный нуклеосинтез (количество ^4He) то гипотезы могут быть проверены.



Нуклеосинтез

- Сначала предполагаем, что идет только реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$
- Покажем, что при некоторой температуре синтез D термодинамически выгоден.

- В момент заковки нейтронов $\mu_p \approx \mu_n$
- При более низких температурах, когда существенны реакции синтеза, $\mu_p \neq \mu_n$

• Рассматриваем задачу синтеза общего ядра A, Z, предполагая, что синтез возможен через некоторую цепочку реакций.

- Рассматриваем только термодинамику реакции предполагая равновесие.

В равновесии:

$$n_n = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (6.65)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (6.66)$$

(в предэкспоненциальном множителе не различаем m_n и m_p)

$$\mu_A = \mu_p Z + \mu_n (A - Z) \quad (6.67)$$

(это следствие равновесия)

$$\begin{aligned} n_A &= 2 \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = \\ &= \left[\Delta_A = Zm_p + (A - Z)m_n - m_A \right] = \\ &= g_A \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{\{\mu_p Z + \mu_n (A - Z) - [Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta_A]\}/T} = \\ &= g_A \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{[Z(\mu_p - m_p) + (A - Z)(\mu_n - m_n) + \Delta_A]/T} \quad (6.68) \end{aligned}$$

$$e^{(\mu_p - m_p)/T} = n_p / \left[2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right] \Rightarrow \quad (6.69)$$

$$e^{Z(\mu_p - m_p)/T} = \left[n_p / \left[2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right] \right]^Z \quad (6.70)$$

$$e^{(A - Z)(\mu_n - m_n)/T} = \left[n_n / \left[2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right] \right]^{(A - Z)} \quad (6.71)$$

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left[\frac{n_p}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^Z \left[\frac{n_n}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^{A - Z} e^{\Delta_A/T} = \\ &= g_A n_p^Z n_n^{A - Z} 2^{-A} A^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \quad (6.72) \end{aligned}$$

(Формула Саха)

Концентрация нуклонов, связанных в ядре (A, Z) :

$$\begin{aligned} X_A &\equiv \frac{A \times n_A}{n_B} = \\ &= g_A X_p^Z X_n^{A-Z} n_B^{A-1} 2^{-A} A^{5/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (6.73)$$

При той же самой температуре

$$n_B = \eta_B n_\gamma = \eta_B \times 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 0.24 \eta_B T^3 \quad (6.74)$$

Подставляем в (6.73):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (6.75)$$

Очень малый множитель:

$$\eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \Rightarrow \quad (6.76)$$

Чтобы X_A было не очень мало нужна температура $T \ll \Delta_A$

Возвращаемся к дейтерию D:

$$X_D = X_p X_n \sqrt{2} \eta_B \left(\frac{2.5 T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} e^{\Delta_D/T_{NS}} \sim 1 \quad (6.77)$$

$\Delta_D = 2.23$ МэВ \Rightarrow Численно (начало нуклеосинтеза):

$$T_{NS} \approx 65 \text{ КэВ}; t_{NS} \approx 4.5 \text{ мин} \quad (6.78)$$