

Лекция 12

Анизотропия температуры СМВ. Механизмы генерации анизотропии температуры. Зависимость анизотропии температуры от космологических параметров. Поляризация СМВ. В-мода поляризации и тензорные моды возмущений.

Анизотропия температуры реликтового излучения

Средняя температура реликтового микроволнового фона (СМВ, Cosmic Microwave Background)

$$T_0 = 2.725 \pm 0.001 \text{ К}$$

Есть два типа анизотропии:

- Диполь $\delta T/T \sim 10^{-3}$ – эффект Доплера соответствующий движению со скоростью $v = 369 \pm 2$ км/сек относительно сопутствующей системы в направлении созвездия Гидры. Часть амплитуды может иметь космологическое происхождение, но много меньше наблюдаемого значения.
- Более высокие мультиполи космологического происхождения $\delta T/T \sim 5 \times 10^{-5}$ – основа количественной космологии.

Дипольная компонента $l = 1$ вычитается.

Анизотропия температуры:

$$\delta T_0(\mathbf{n}) = T(\mathbf{n}) - T_0 \quad (12.1)$$

$$\frac{\delta T_0(\mathbf{n})}{T_0} = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (12.2)$$

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = (-1)^{\frac{m+|m|}{2}} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \sin^{|m|} \theta \frac{d^{|m|} P_l(\cos \theta)}{(d \cos \theta)^{|m|}} e^{im\varphi} \quad (12.3)$$

$$a_{l,m}^* = (-1)^m a_{l,-m} \quad (\text{вещественность}) \quad (12.4)$$

$$a_{lm} = \int d\mathbf{n} \frac{\delta T_0(\mathbf{n})}{T_0} Y_{lm}^*(\mathbf{n}) \quad (12.5)$$

Y_{lm} – неоднородности масштаба π/l

- Коэффициенты a_{lm} линейно определяются через начальные возмущения \mathcal{R} и др. \Rightarrow
- Если начальные возмущения – гауссовы случайные поля, то и a_{lm} – набор гауссовых случайных величин.
- Если Вселенная совершенно изотропна и флуктуации случайны, то a_{lm} не должны коррелировать при различных l, m
- Рассматриваем ансамбль вселенных, таких как наша (!)
- Тогда, усредняя по ансамблю

$$\langle a_{lm} a_{l'm'}^* \rangle = C_l \cdot \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (12.6)$$

- Имея одну вселенную измерить C_l невозможно.
- Но для больших l есть много гармоник $m = -l, \dots, +l$, поэтому можно найти среднее C_l по набору, и можно даже проверить гауссов характер флуктуаций.

$$\langle C_l \rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{+l} |a_{lm}|^2 \quad (12.7)$$

Несмотря на то, что ансамбль вселенных нам недоступен, каую-то оценку C_l получить можно.

• Корректно ли определение (12.7)?

Коэффициенты a_{lm} зависят от ориентации системы координат, в которой они вычисляются.

Но величины C_l – не зависят:

$$\Theta_0(\mathbf{n}) \equiv \frac{\delta T_0(\mathbf{n})}{T_0} \quad (12.8)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-l}^{+l} |a_{lm}|^2 = \\ &= \sum_{m=-l}^{+l} \int d\mathbf{n}_1 \Theta_0(\mathbf{n}_1) Y_{lm}(\mathbf{n}_1) \int d\mathbf{n}_2 \Theta_0(\mathbf{n}_2) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2) = \\ &= \int d\mathbf{n}_1 d\mathbf{n}_2 \Theta_0(\mathbf{n}_1) \Theta_0(\mathbf{n}_2) \sum_{m=-l}^{+l} Y_{lm}(\mathbf{n}_1) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2) = \\ &= \left\langle \sum_{m=-l}^{+l} Y_{lm}(\mathbf{n}_1) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2) = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) \right\rangle = \\ &= \frac{2l+1}{4\pi} \int d\mathbf{n}_1 d\mathbf{n}_2 \Theta_0(\mathbf{n}_1) \Theta_0(\mathbf{n}_2) P_l(\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) \quad (12.9) \end{aligned}$$

$$C_l = \frac{1}{4\pi} \int d\mathbf{n}_1 d\mathbf{n}_2 \Theta_0(\mathbf{n}_1) \Theta_0(\mathbf{n}_2) P_l(\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) \quad (12.10)$$

Точного значения C_l , какое дало бы усреднение по ансамблю, не получим!

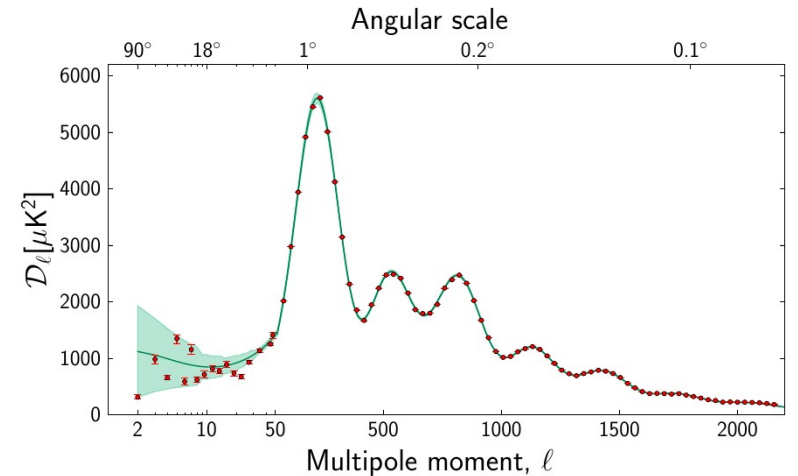
Какова ошибка δC_l = ?

$$\begin{aligned} \sigma^2 C_l &= \frac{1}{(2l+1)^2} \sigma^2 \left(\sum_{m=-l}^{+l} |a_{lm}|^2 \right) = \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} \sigma^2 (\chi_{2l+1}^2) \langle |a_{lm}| \rangle^2 = \\ &= \frac{1}{(2l+1)^2} 2(2l+1) C_l^2 = \frac{2C_l^2}{2l+1} \Rightarrow \quad (12.11) \end{aligned}$$

$$\delta C_l \equiv \sqrt{\sigma^2 C_l} = \frac{C_l}{\sqrt{l + \frac{1}{2}}} \quad (12.12)$$

δC_l – космическая неопределенность, cosmic variance.

- Предсказания величины коэффициентов C_l не могут быть проверены с точностью, выше $\delta C_L \Rightarrow$
- Космологические параметры не могут быть определены со сколь угодно высокой точностью



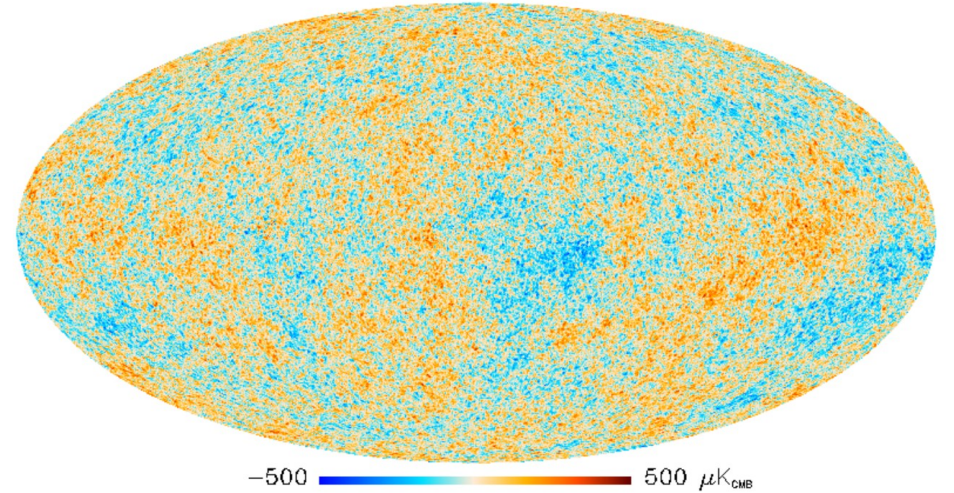
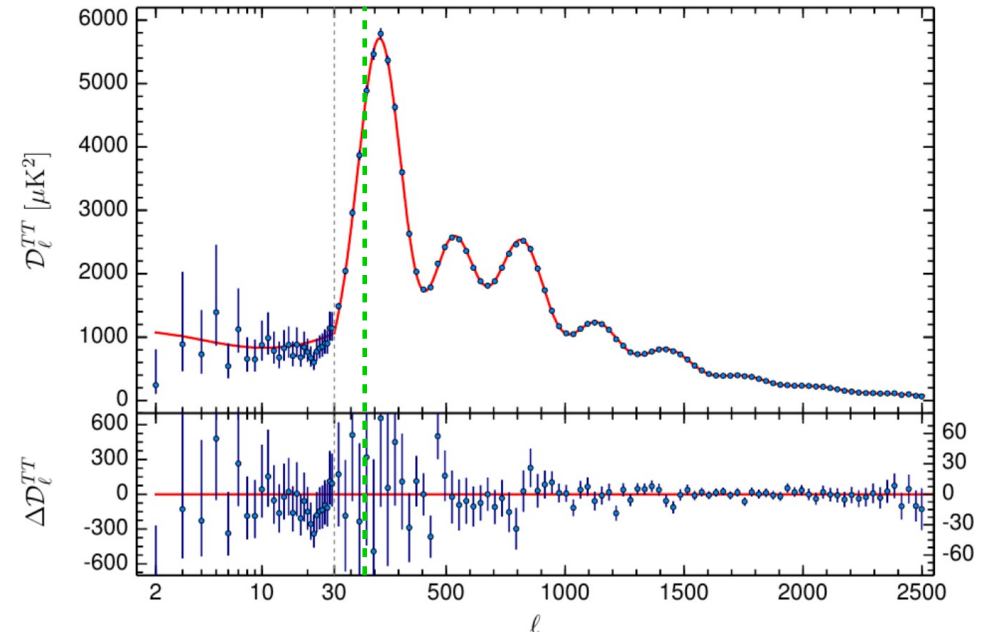
Выразим $\langle \delta T^2 \rangle$ через коэффициенты C_l .

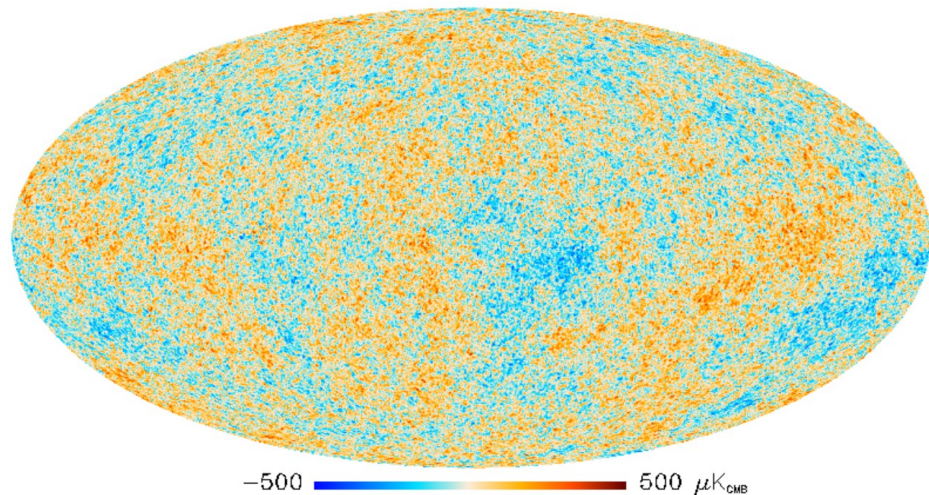
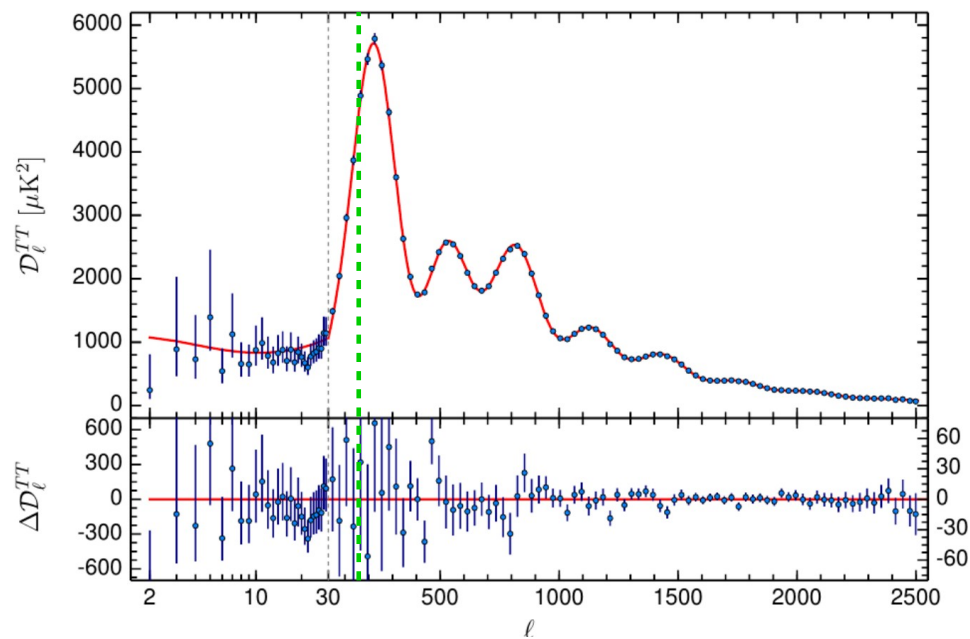
Двухточечная корреляционная функция (усреднение по ансамблю вселенных):

$$\begin{aligned}
 \langle \delta T_0(\mathbf{n}_1) \delta T_0(\mathbf{n}_2) \rangle &= \langle \delta T_0(\mathbf{n}_1) \delta T_0^*(\mathbf{n}_2) \rangle = \\
 &= T_0^2 \left\langle \sum_{l_1=2}^{\infty} \sum_{m_1=-l_1}^{+l_1} a_{l_1 m_1} Y_{l_1 m_1}(\mathbf{n}_1) \sum_{l_2=2}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{+l_2} a_{l_2 m_2}^* Y_{l_2 m_2}^*(\mathbf{n}_2) \right\rangle = \\
 &= T_0^2 \sum_{l_1=2}^{\infty} \sum_{m_1=-l_1}^{+l_1} \sum_{l_2=2}^{\infty} \sum_{m_2=-l_2}^{+l_2} \langle a_{l_1 m_1} a_{l_2 m_2}^* \rangle Y_{l_1 m_1}(\mathbf{n}_1) Y_{l_2 m_2}^*(\mathbf{n}_2) = \\
 &= \langle a_{l_1 m_1} a_{l_2 m_2}^* \rangle = C_l \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2} \langle a_{l m} a_{l m}^* \rangle = \\
 &= T_0^2 \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} C_l Y_{lm}(\mathbf{n}_1) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2) = \\
 &= \left\langle \sum_{m=-l}^{+l} Y_{lm}(\mathbf{n}_1) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_2) = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) \right\rangle = \\
 &= T_0^2 \sum_{l=2}^{\infty} C_l \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) \quad (12.13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \delta T_0^2(\mathbf{n}) \rangle &= \langle P_l(1) = 1 \rangle = \\
 &= T_0^2 \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l \approx \langle \text{большие } l \rangle \approx \\
 &\approx T_0^2 \int_0^{\infty} \frac{l+1/2}{2\pi} C_l l \frac{1}{l} dl \cong \int_0^{\infty} T_0^2 \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l d(\ln l) \quad (12.14)
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathcal{D}_l \equiv T_0^2 \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l} \quad (12.15)$$





Структура углового спектра анизотропии температуры СМВ – качественно

- Адиабатические моды, вошедшие под горизонт после рекомбинации никогда не осциллировали и на момент рекомбинации пребывали в константной моде

⇒

На масштабах больше горизонта событий на момент рекомбинации ожидается спектр флуктуаций, близкий плоскому спектру Гаррисона-Зельдовича.

- Моды, вошедшие под горизонт до рекомбинации, осциллировали с фиксированной начальной фазой, причем частота пропорциональна k

⇒

к поверхности последнего рассеяния придут с разными фазами и будет картина осцилляций в зависимости от l

- Граница между режимами:

Видимый размер горизонта рекомбинации 1.1°

⇒

$l \approx 160 \pm$ некоторая переходная область.

- При больших k имеет место затухание осцилляций

⇒

Должны быть механизмы затухания, и они есть (см. далее).

Механизмы генерации анизотропии температуры СМВ

Поверхность последнего рассеяния имеет конечную толщину (продолжительность), но считаем ее равной нулю –

приближение мгновенного отщепления фотонов.

• Вопрос: Как влияют возмущения метрики на частоту фотонов при распространении от места излучения до места приема?

• Решим уравнения движения для фотонов и проследим за 0-компонентой импульса, которая связана с частотой.

Плоская метрика с возмущениями

$$ds^2 = a^2 \gamma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (12.16)$$

По причине конформной инвариантности ЭМ поля (см. (3.59) и далее) геодезические фотонов можно вычислять в конформной метрике $\gamma_{\mu\nu}$.

Уравнение геодезической в конформной метрике $\gamma_{\mu\nu}$:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\lambda} \frac{dx^\rho}{d\lambda} = 0 \quad (12.17)$$

λ – произвольный параметр.

Касательный вектор («импульс»)

$$P^\mu = \frac{dx^\mu}{d\lambda} \Rightarrow \quad (12.18)$$

$$\frac{dP^\mu}{d\lambda} + \gamma_{\nu\rho}^\mu P^\nu P^\rho = 0 \quad (12.19)$$

Получим уравнения для P^μ как функций конформного времени (избавимся от λ).

$$\frac{dP^\mu}{d\lambda} = \frac{d\eta}{d\lambda} \frac{dP^\mu}{d\eta} = \frac{dx^0}{d\lambda} \frac{dP^\mu}{d\eta} = P^0 \frac{dP^\mu}{d\eta} \Rightarrow \quad (12.20)$$

$$P^0 \frac{dP^\mu}{d\eta} + \gamma_{\nu\rho}^\mu P^\nu P^\rho = 0 \Rightarrow \quad (12.21)$$

$$\frac{dP^\mu}{d\eta} + \gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{P^\nu}{P^0} \frac{P^\rho}{P^0} P^0 = 0 \Rightarrow \quad (12.22)$$

0-компонента:

$$\boxed{\frac{dP^0}{d\eta} + \gamma_{\nu\rho}^0 \frac{P^\nu}{P^0} \frac{P^\rho}{P^0} P^0 = 0} \quad (12.23)$$

Скалярные возмущения метрики, Ньютонова калибровка

(9.65), (9.70):

$$h_{00} = 2\Phi, \quad h_{ij} = -2\Phi\delta_{ij} \quad (12.24)$$

Элементарно считаются ★:

$$\gamma_{00}^0 = \frac{1}{2}h'_{00}, \quad \gamma_{0i}^0 = \frac{1}{2}\partial_i h_{00}, \quad \gamma_{ij}^0 = -\frac{1}{2}h'_{ij} \Rightarrow \quad (12.25)$$

$$\gamma_{00}^0 = \Phi', \quad \gamma_{0i}^0 = \partial_i \Phi, \quad \gamma_{ij}^0 = -\Phi'\delta_{ij} \quad (12.26)$$

Из (12.23) ★

$$\frac{dP^0}{d\eta} + P^0 \left(\Phi' - \Phi' \frac{P^i P^j}{P^0 P^0} \delta_{ij} + 2 \frac{P^i}{P^0} \partial_i \Phi \right) = 0 \quad (12.27)$$

Из (12.22) \Rightarrow в нулевом порядке $P^i = \text{const}$,
 $P^i/P^0 = n^i$ – единичный вектор вдоль направления
 движения (почему? ★) \Rightarrow

$$\frac{dP^0}{d\eta} = 2\Phi'P^0 - 2(\Phi' + \mathbf{n}\nabla\Phi)P^0 \quad (12.28)$$

$$(\Phi' + \mathbf{n}\nabla\Phi) = \frac{d\Phi(\eta, \mathbf{x})}{d\eta} \quad (12.29)$$

$$\frac{dP^0}{d\eta} = 2 \left(\Phi' - \frac{d\Phi}{d\eta} \right) \cdot P^0 \quad (12.30)$$

Общее решение:

$$\ln P^0(\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} 2 \left(\Phi' - \frac{d\Phi}{d\eta} \right) d\eta \quad (12.31)$$

η_0 – некоторая константа (не нужна).

Как изменится от η' до η'' :

$$\ln \left(\frac{P^0(\eta'')}{P^0(\eta')} \right) = \int_{\eta'}^{\eta''} 2 \left(\Phi' - \frac{d\Phi}{d\eta} \right) d\eta \quad (12.32)$$

$$\ln \left(\frac{P^0(\eta'')}{P^0(\eta')} \right) \cong \frac{P^0(\eta'')}{P^0(\eta')} - 1 = \frac{P^0(\eta'') - P^0(\eta')}{P^0(\eta')} \Rightarrow \quad (12.33)$$

$$\frac{P^0(\eta'') - P^0(\eta')}{P^0(\eta')} = 2 \int_{\eta'}^{\eta''} \Phi' d\eta - 2[\Phi(\eta'') - \Phi(\eta')] \quad (12.34)$$

Как изменяется P^0 нашли.

Связь частоты с P^0

Фотон испущен элементом среды с конформной скоростью U^μ , конформной частотой Ω .

Для скалярных возмущений в линейном порядке

$$U^0 = 1 - \Phi, \quad U^i = v^i \quad (12.35)$$

$$U_0 = 1 + \Phi, \quad U_i = -v^i \quad (12.36)$$

[ср. (8.118), (8.119) для физических скоростей.
 Но в конформной системе физические и конформные скорости – одно и то же из-за конформной инвариантности света]

Работаем в конформно-Ньютоновой системе координат, $\gamma_{\mu\nu} \neq \eta_{\mu\nu}$

Можно локально выбрать координаты так, что будет $\tilde{\gamma}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \tilde{P}^0 \\ \tilde{U}_\mu &= (1, 0, 0, 0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Omega = \tilde{U}_0 \tilde{P}^0 \Rightarrow \quad (12.37)$$

Общековариантное выражение для частоты (скаляр: частота в той системе, где среда, испустившая фотон, неподвижна):

$$\Omega = U_\mu P^\mu \quad (12.38)$$

Подставляем (12.36) в (12.38)

$$\begin{aligned} \Omega &= (1 + \Phi)P^0 - v_i P^i = \left\langle n^i = \frac{P^i}{P^0} \Rightarrow P^i = n^i P^0 \right\rangle = \\ &= (1 + \Phi)P^0 - v_i n^i P^0 = (1 + \Phi - \mathbf{v}\mathbf{n})P^0 \quad (12.39) \end{aligned}$$

$$\boxed{\Omega(\eta') = [1 + \Phi(\eta') - \mathbf{nv}(\eta')]P^0(\eta')} \quad (12.40)$$

Совершенно аналогичным образом, для приема фотона в момент η'' наблюдателем со скоростью $\mathbf{v}(\eta'')$

$$\Omega(\eta'') = [1 + \Phi(\eta'') - \mathbf{nv}(\eta'')]P^0(\eta'') \quad (12.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega(\mathbf{n}, \eta'') - \Omega(\mathbf{n}, \eta')}{\Omega(\mathbf{n}, \eta')} &\cong \text{\textbackslash до первого порядка \textbackslash} \cong \\ &\cong \frac{P^0(\eta'') - P^0(\eta')}{P^0(\eta')} + \Phi(\eta'') - \Phi(\eta') + \mathbf{nv}(\eta') - \mathbf{nv}(\eta'') = \\ &= \text{\textbackslash (12.34) \textbackslash} = \\ &= 2 \int_{\eta'}^{\eta''} \Phi' d\eta + \Phi(\eta') - \Phi(\eta'') + \mathbf{nv}(\eta') - \mathbf{nv}(\eta'') \end{aligned} \quad (12.42)$$

- Сдвиг конформной частоты пропорционален самой частоте \Rightarrow
- Форма спектра не меняется \Rightarrow
- Наблюдается планковский спектр, с температурой, зависящей от направления

В момент рекомбинации были флуктуации температуры, обусловленные флуктуацией плотности $B\gamma$ -среды:

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 \Rightarrow \quad (12.43)$$

$$\delta_\gamma = \frac{\delta\rho_\gamma}{\rho_\gamma} = \frac{4\delta T}{T} = \frac{4\delta\omega}{\omega} \Rightarrow \frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{1}{4}\delta_\gamma \quad (12.44)$$

Эта величина добавится к (12.42).

Окончательно:

$$\frac{\delta T}{T}(\eta_0) = \frac{1}{4}\delta_\gamma(\eta_r) + [\Phi(\eta_r) - \Phi(\eta_0)] + \quad (12.45)$$

$$+ 2 \int_{\eta_r}^{\eta_0} \Phi' d\eta + \quad (12.46)$$

$$+ \mathbf{nv}(\eta_r) - \mathbf{nv}(\eta_0) \quad (12.47)$$

- (12.45) – эффект Сакса-Вольфа (флуктуация температуры + флуктуация гравитационного потенциала)
- (12.46) – интегральный эффект Сакса-Вольфа (фотон падает в один потенциал, а выбирается из другого) – следствие нелинейной эволюции возмущений, есть корреляции с крупными структурами – скоплениями галактик
- (12.47) – эффект Допплера

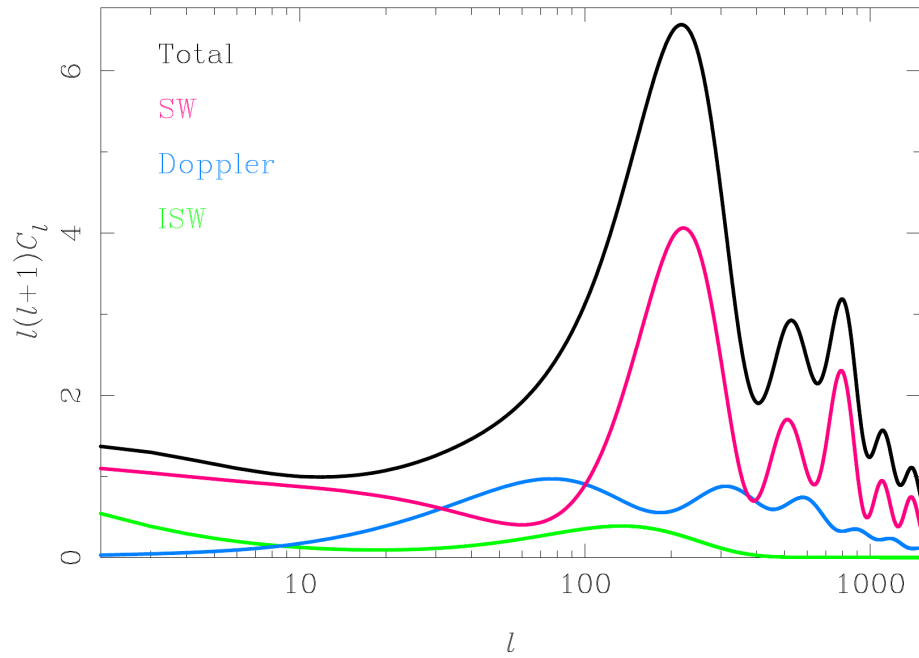
Вклад $\mathbf{nv}(\eta_0)$ (диполь) вычитается, вклад $\Phi(\eta_0)$ одинаков для всех направлений (монополь):

$$\frac{\delta T}{T}(\mathbf{n}, \eta_0) = \frac{1}{4}\delta_\gamma(\eta_r) + \Phi(\eta_r) + \quad (12.48)$$

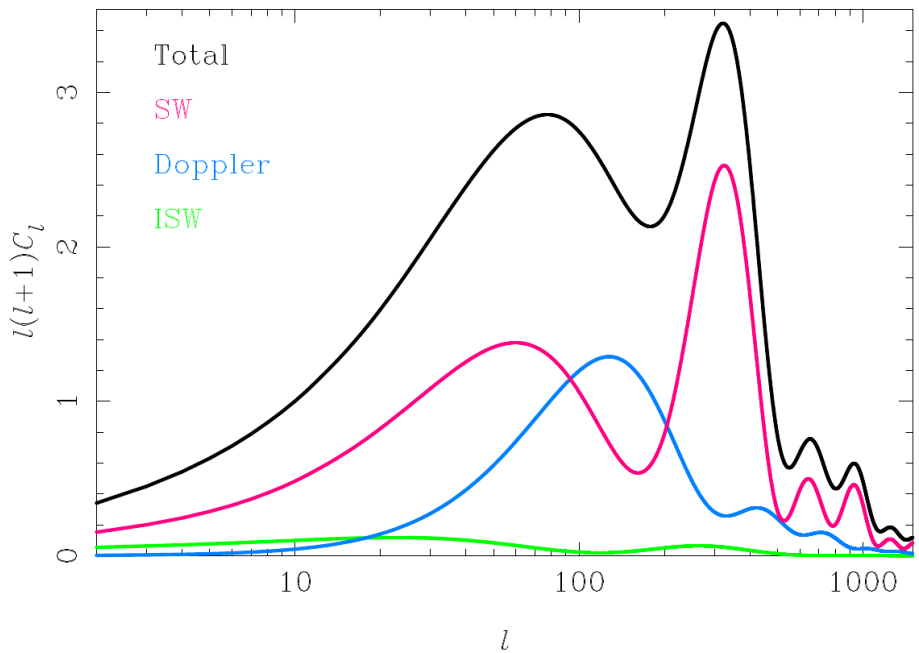
$$+ 2 \int_{\eta_r}^{\eta_0} \Phi' d\eta + \quad (12.49)$$

$$+ \mathbf{nv}(\eta_r) \quad (12.50)$$

Адиабатические моды:

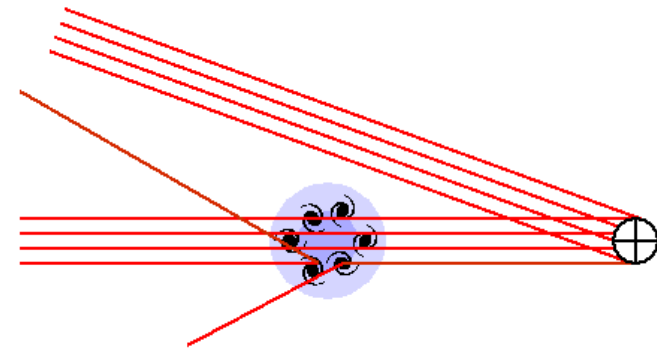


Моды постоянной кривизны:



Затухание, демпфирование и другие более тонкие эффекты:

- Конечная толщина последней поверхности рассеяния \Rightarrow размывание анизотропии на малых масштабах.
- Рассеяние в эпоху реионизации \Rightarrow понижение контраста при всех масштабах.
- Эффект Силка (затухание Силка) – немонолитность среды $B\gamma$ вблизи поверхности рассеяния, транспортировка фотонов без изменения энергии \Rightarrow затухание осцилляций на малых масштабах.
- Линзирование – смазывает картинку на малых масштабах.
- Эффект Сюняева-Зельдовича (подогрев излучения быстрыми электронами).



Тензорные возмущения метрики

Легко считается:

$$\gamma_{ij}^0 = -h'_{ij}/2 \Rightarrow \quad (12.51)$$

$$\frac{dP^0}{d\eta} + \gamma_{\nu\rho}^0 \frac{P^\nu}{P^0} \frac{P^\rho}{P^0} P^0 = \frac{dP^0}{d\eta} - \frac{h'_{ij}}{2} n^i n^j P^0 = 0 \Rightarrow \quad (12.52)$$

$$\frac{P^0(\eta'') - P^0(\eta')}{P^0(\eta')} = \frac{1}{2} \int_{\eta'}^{\eta''} n^i h'_{ij} n^j \quad (12.53)$$

С тензорными модами не связаны вариации скорости среды, т.е. надо считать $U^0 = 1, U^i = 0 \Rightarrow$
Измеряемая частота

$$\Omega(\eta'') = P^0(\eta'') \Rightarrow \frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\delta T}{T} = \frac{\delta P^0}{P^0} \Rightarrow \quad (12.54)$$

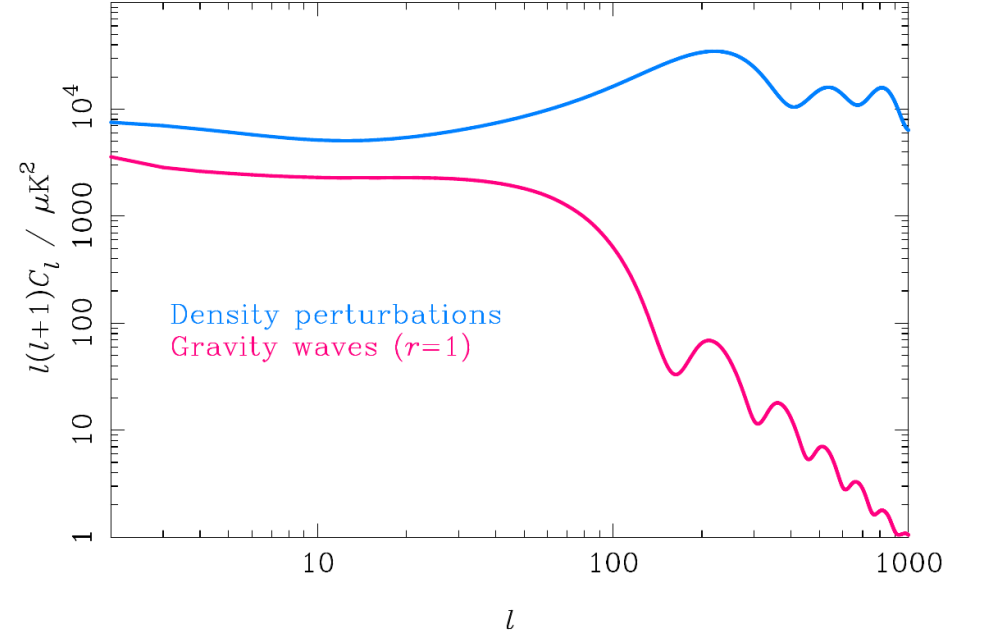
$$\frac{\delta T}{T}(\mathbf{n}, \eta_0) = \frac{1}{2} \int_{\eta'}^{\eta''} n^i h'_{ij} n^j \quad (12.55)$$

– тензорный вариант интегрального эффекта Сакса-Вольфа.

Тензорные моды после входа под горизонт падают как $1/a \Rightarrow$

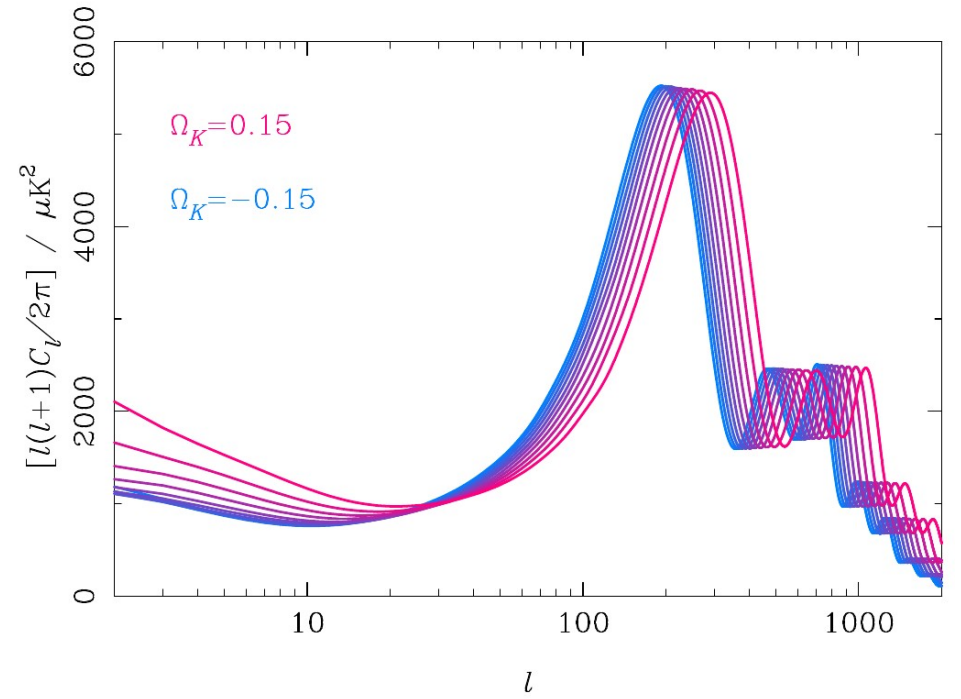
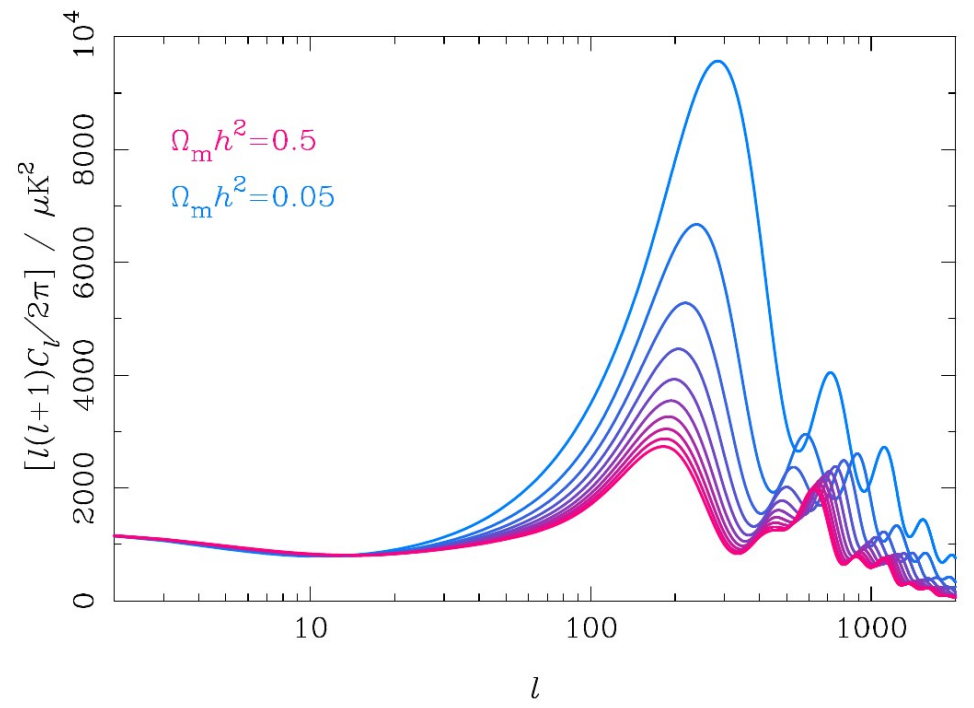
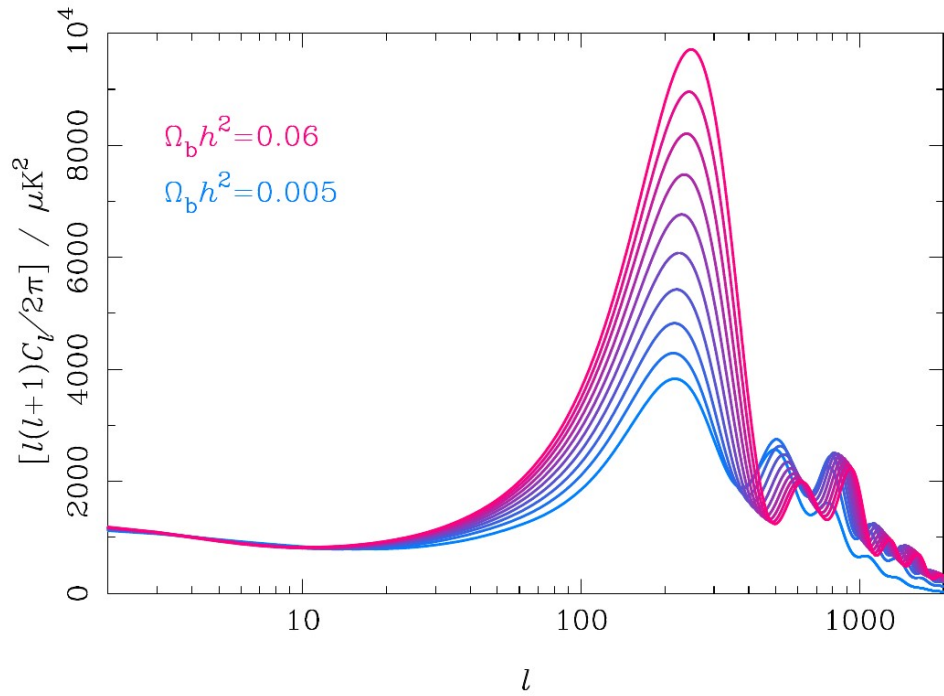
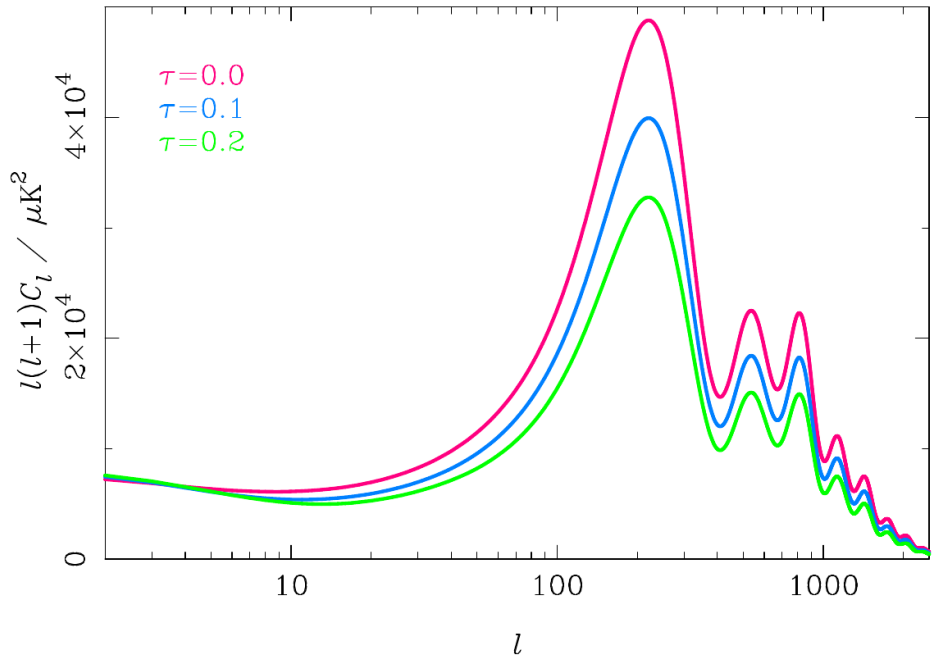
Ожидается вклад только мод, поздно вошедших под горизонт \Rightarrow

Большие масштабы неоднородностей



Тензорные моды проще обнаружить по вкладу в поляризацию СМВ (см. далее)

Зависимость анизотропии от космологических параметров



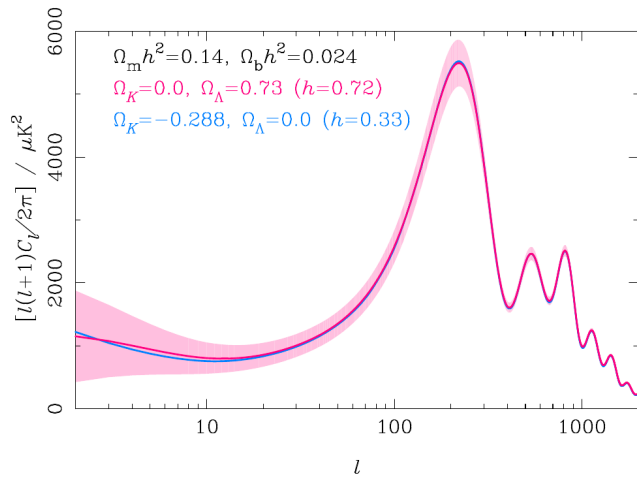
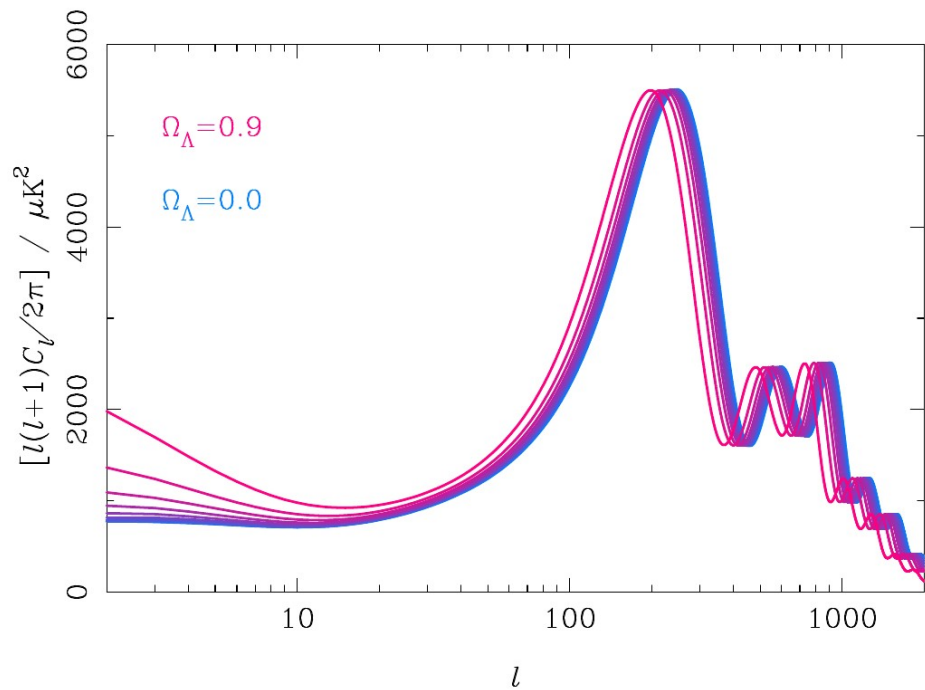
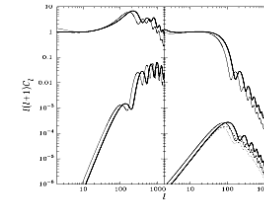


Fig. 11. The geometric degeneracy. A scale-invariant adiabatic Λ CDM model with $\Omega_b h^2 = 0.024$, $\Omega_m h^2 = 0.14$ and $\Omega_\Lambda = 0.73$ and $\Omega_K = 0$ (close to the WMAP best-fit values [12]) produces an almost identical spectrum to a closed model $\Omega_K = -0.288$ with vanishing cosmological constant. However, the Hubble constants are very different – $h = 0.72$ in the flat model and 0.33 in the closed model – and so the latter is easily ruled out by external constraints. The shaded region shows the 1σ cosmic variance errors $\Delta C_l/C_l = \sqrt{2/(2l+1)}$ on the power spectrum.

Открытый код **CAMB** для вычисления спектра мощности анизотропии СМБ: camb.info



Code for Anisotropies in the Microwave Background

by [Antony Lewis](#) and [Anthony Challinor](#)

Get help: [Google](#) Custom Search


Features:

- Support for closed, open and flat models
- Scalar, vector and tensor modes including polarization
- Output C_l , matter transfer functions, matter power spectrum and σ_8
- Fast computation to ~ 0.3 - 0.1% accuracy, with controllable accuracy level
- Relatively structured and easily extendable Fortran 90 code
- Efficient support for massive neutrinos
- Absolute computations from correctly normalized initial power spectra
- Computation of lensed CMB power spectra and lensing potential power spectrum
- Internally parallelized for fast execution on multi-processor machines
- Use CAMB with [CosmoMC](#) for Monte-Carlo parameter estimation
- Constant equation of state [quintessence](#) (or variable [PPE](#))
- Support for general correlated adiabatic/isocurvature initial conditions
- Accurate full-sky calculation of lensed power spectra ([astro-ph/0502425](#))
- Integrated interface to [HALOFIT](#) for non-linear fitting
- support for arbitrary neutrino mass splittings
- For 21cm, lensing and number count power spectra see this [extension](#)
- For perturbed recombination and effect on small-scale baryons see this [extension](#)
- Calculation of local primordial and CMB lensing bispectra
- **NEW:** Easy-to-use [Python wrapper](#)

Download the [Fortran 90 source code and python wrapper](#).

See the [ReadMe](#) file for documentation, [CosmoCoffee](#) for support, and the [Bibtex](#) file for references.

https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm



National Aeronautics and Space Administration
Goddard Space Flight Center
Sciences and Exploration

Follow @NASA_LAMBDA
ABOUT LAMBDA

Home
Data
Tools
Papers
Education
Links
News

LAMBDA - Tools

Tools
Footprint
CAMB
WMAPViewer
Conversions
Calculators

CAMB Web Interface

Most of the [configuration documentation](#) is provided in the sample parameter file provided with the application.

Supports the April 2014 Release

This form uses JavaScript to enable certain layout features, and it uses Cascading Style Sheets to control the layout of all the form components. If either of these features are not supported or enabled by your browser, this form will NOT display correctly.

Descriptive information for the CAMB parameters can be found at: <http://cosmologist.info/notes/CAMB.pdf>

Actions to Perform

Scalar C_l's
 Vector C_l's
 Tensor C_l's

Do Lensing
 Transfer Functions

Linear
 Non-linear Matter Power (HALOFIT)
 Non-linear CMB Lensing (HALOFIT)
 Non-linear Matter Power and CMB Lensing (HALOFIT)

Sky Map Output

- Vector C_l's are incompatible with Scalar and Tensor C_l's. The Transfer functions require Scalar and/or Tensor C_l's.
- The HEALpix synfast program is used to generate maps from the resultant spectra. The random number seed governs the phase of the a_{lm}'s generated by synfast. The default of zero causes synfast to generate a new see from the system time with each run. Specifying a fixed nonzero value will return fixed phases with successive runs.

Maximum Multipoles and k*eta

Scalar

 l_{max}

Tensor

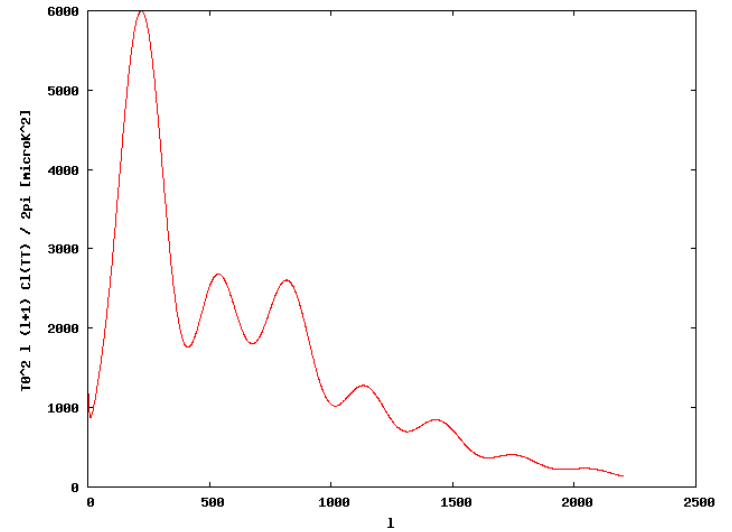
 l_{max}

Files

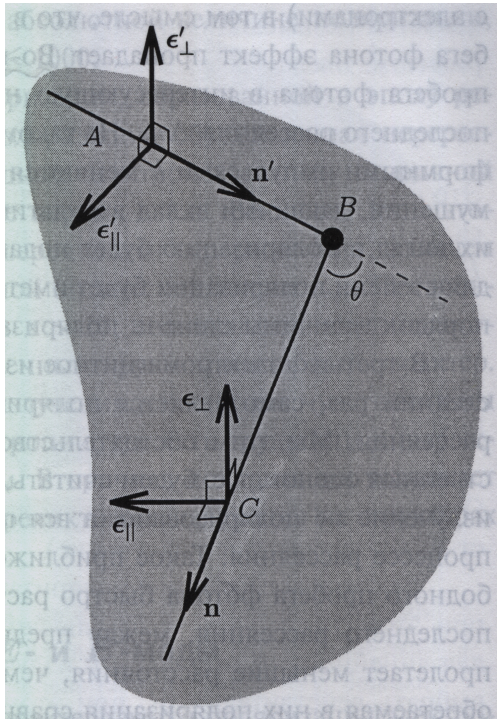
Log/Output [camb_84296825.log](#)
 Scalar Output [camb_84296825_scalcls.dat](#)
 Lensed Output [camb_84296825_lensedcls.dat](#)
 FITS Output [camb_84296825_scalcls.fits](#)

Scalar Modes Plots

C_l^{TT} vs. l



Поляризация реликтового излучения



Комптовское рассеяние:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \cos^2(\epsilon', \epsilon) \quad (12.56)$$

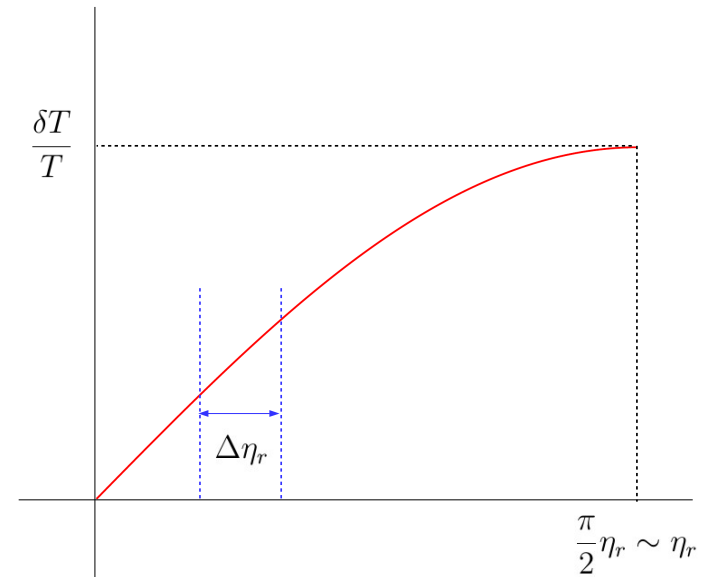
- Если с направления \mathbf{n}' приходит неполяризованное излучение, то в направлении \mathbf{n} излучение будет частично линейно поляризовано перпендикулярно плоскости $(\mathbf{n}', \mathbf{n})$.

⇒

- Если излучение, приходящее в точку B изотропно, то рассеяное излучение в направлении \mathbf{n} будет частично поляризовано.

- Поток фотонов вблизи поверхности последнего рассеяния анизотропен ⇒ последнее рассеянное излучение частично поляризовано.

Масштаб величины поляризации



d – длина пробега фотонов, $\lambda/4$ – масштаб длины неоднородностей

$d \ll \lambda/4 \Rightarrow$ поляризации нет.

$d \gg \lambda \Rightarrow$ поляризации нет (эффект Силка)

Вблизи первого акустического пика, $l \sim 150$

$$k\eta_r \sim 1 \Rightarrow k \sim \frac{1}{\eta_r} \quad (12.57)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \sim 2\pi\eta_r \quad (12.58)$$

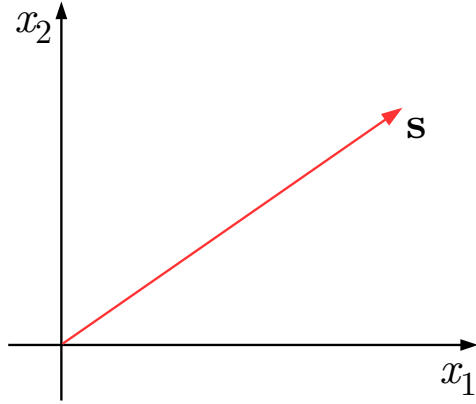
$$\frac{\lambda}{4} \sim \frac{\pi}{2}\eta_r \sim \eta_r \quad (12.59)$$

Пробег фотонов вблизи рекомбинации масштаба толщины поверхности последнего рассеяния $\Delta\eta_r \sim 0.1\eta_r \Rightarrow$

$$\mathcal{P} \sim \frac{\Delta\eta_r}{\eta_r} \frac{\delta T}{T} \sim 0.1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \sim 5 \cdot 10^{-6} \sim 10^{-5} \quad (12.60)$$

Тензор поляризации.

1. Поляризация узкого пучка



- Поляризация – не вектор:

- Проекция вектора на ось меняется от нуля до максимального значения
 - Интенсивность света, проходящего через поляризатор, не обращается в нуль. - Поляризация не имеет направления

- Поляризация – 2-тензор

$$I(\mathbf{s}) = \langle |\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}|^2 \rangle = \langle (E_a s_a)(E_b s_b)^* \rangle = s_a \langle E_a E_b^* \rangle s_b \quad (12.61)$$

$$I_{ab} = \langle E_a E_b^* \rangle \quad (12.62)$$

$$I = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle \quad (12.63)$$

Тензор поляризации:

$$P_{ab} = \frac{I_{ab}}{I} \quad (12.64)$$

- Для линейно поляризованного света \mathbf{E} – действительный вектор \Rightarrow
 P действительный, симметричный, со следом 1 \Rightarrow
 всего 2 независимых параметра
- Неполяризованное излучение

$$P_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{2} \Rightarrow \det P = \frac{1}{4} \quad (12.65)$$

- Полностью поляризованное излучение

$$P_{ab} = E_a E_b \Rightarrow \det P = 0 \quad (\mathbf{E} - \text{фикс. вектор}) \quad (12.66)$$

$$P = |\mathbf{E}\rangle \otimes \langle \mathbf{E}| \equiv |\mathbf{E}\rangle \langle \mathbf{E}| \quad (12.67)$$

$$|\mathbf{E}\rangle = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}, \langle \mathbf{E}| = (E_1^*, E_2^*) \equiv (E_1, E_2) \quad (12.68)$$

- Степень поляризации

$$\mathcal{P} = \sqrt{1 - 4 \det P}; \quad 0 \leq \mathcal{P} \leq 1 \quad (12.69)$$

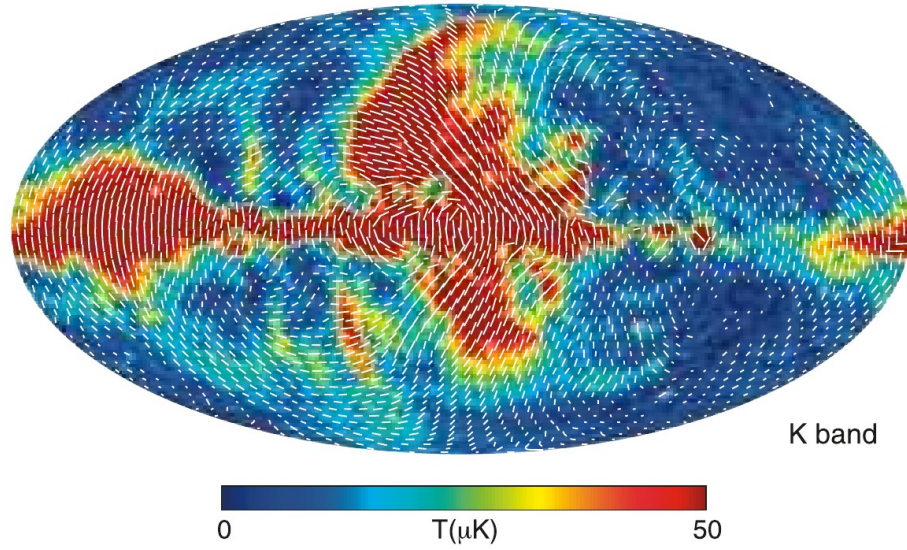
Пусть $\mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{s}^{(2)}$ – нормированные собственные векторы P_{ab} . Тогда

$$\begin{aligned} P &= \lambda_p |\mathbf{s}^{(1)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(1)}| + (1 - \lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| = \\ &= \text{\textbackslash пусть } \lambda_p < 1/2 \text{\textbackslash} = \\ &= \lambda_p |\mathbf{s}^{(1)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(1)}| + \lambda_p |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| - \\ &- \lambda_p |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| + (1 - \lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| = \\ &= \lambda_p \hat{1} + (1 - 2\lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| \Rightarrow \quad (12.70) \end{aligned}$$

$$P_{ab} = \lambda_p \delta_{ab} + (1 - 2\lambda_p) s_a^{(2)} s_b^{(2)} = \frac{I_{ab}}{I} \Rightarrow \quad (12.71)$$

$$I_{ab} = \frac{1}{2} \delta_{ab} I^{(n)} + E_a^{(p)} E_b^{(p)} \quad (12.72)$$

Можно нарисовать поле вектора \mathbf{E}



$$\mathcal{P}_{ab} = P_{ab} - \frac{1}{2}\delta_{ab} \quad (12.73)$$

Легко показать:

$$\det \mathcal{P}_{ab} = \det P_{ab} - \frac{1}{4} \Rightarrow \mathcal{P} = \sqrt{-4 \det \mathcal{P}_{ab}} \quad (12.74)$$

Тензор \mathcal{P}_{ab} симметричный, бесследовый \Rightarrow два параметра.

Для неполяризованного излучения $\mathcal{P}_{ab} = 0$

2. Поле поляризации на единичной сфере

Обобщение (12.73):

$$\mathcal{P}_{ab} = P_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab} \quad (12.75)$$

где g_{ab} метрический 2-тензор на единичной сфере (координаты любые, можно (θ, φ)).

Заданный на сфере симметричный бесследовый тензор можно представить через скалярный и псевдоскалярный «потенциалы»:

$$\mathcal{P}_{ab} = \{\nabla_a \nabla_b\} \mathcal{P}_E - \{E_a^c \nabla_b \nabla_c\} \mathcal{P}_B \quad (12.76)$$

где ∇_a и E_{ab} – ковариантная производная и антисимметричный тензор на сфере:

$$E_{ab} = \sqrt{-g} \varepsilon_{ab} \quad (12.77)$$

$\{\dots\}$ означает выделение симметричной и бесследовой части:

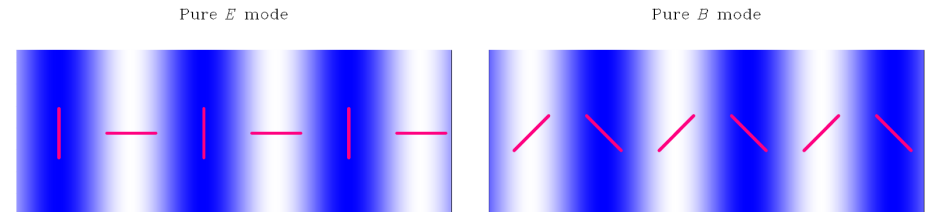
$$\{\nabla_a \nabla_b\} = \frac{1}{2}(\nabla_a \nabla_b + \nabla_b \nabla_a - g_{ab} \Delta) \quad (12.78)$$

$$\{E_a^c \nabla_b \nabla_c\} = \frac{1}{2}(E_a^c \nabla_b \nabla_c + E_b^c \nabla_a \nabla_c) \quad (12.79)$$

Обратное преобразование:

$$-\Delta(\Delta + 2)\mathcal{P}_E = 2\{\nabla^a \nabla^b\} \mathcal{P}_{ab} \quad (12.80)$$

$$-\Delta(\Delta + 2)\mathcal{P}_B = 2\{E_c^a \nabla^c \nabla^b\} \mathcal{P}_{ab} \quad (12.81)$$



$\nabla^a \mathcal{P}_{ab}$ – чистый градиент (как \mathbf{E}), если $\mathcal{P}_B = 0$,
 $\nabla^a \mathcal{P}_{ab}$ – чисто вихревой (как \mathbf{B}), если $\mathcal{P}_E = 0$.

Оригинальные статьи:

[astro-ph/9609132](#)

[astro-ph/9609169](#)

[astro-ph/9611125](#)

Разложение \mathcal{P}_E и \mathcal{P}_B :

$$\mathcal{P}_A = \sqrt{2} \sum_{lm} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^E Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (12.82)$$

$$\mathcal{P}_B = \sqrt{2} \sum_{lm} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^B Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (12.83)$$

$$(12.84)$$

(нормировка из соображений удобства).

Коэффициенты a_{lm}^E и a_{lm}^B вычисляются по результатам наблюдений:

$$a_{lm}^E = - \int d\mathbf{n} \left[Y_{lm}^{(E)ab}(\mathbf{n}) \right]^* \mathcal{P}_{ab}(\mathbf{n}) \quad (12.85)$$

$$a_{lm}^B = - \int d\mathbf{n} \left[Y_{lm}^{(B)ab}(\mathbf{n}) \right]^* \mathcal{P}_{ab}(\mathbf{n}) \quad (12.86)$$

где

$$Y_{lm,ab}^{(E)} = \sqrt{\frac{2(l-2)!}{(l+2)!}} \left(\nabla_a \nabla_b Y_{lm} - \frac{1}{2} g_{ab} \nabla^c \nabla_c Y_{lm} \right) \quad (12.87)$$

$$Y_{lm,ab}^{(B)} = \sqrt{\frac{(l-2)!}{2(l+2)!}} \left(\nabla_a \nabla_c Y_{lm} E_b^c + \nabla_c \nabla_b Y_{lm} E_a^c \right) \quad (12.88)$$

Разные компоненты анизотропии (E, B) могут коррелировать между собой и все они могут коррелировать с температурой.

Поэтому определяется набор корреляторов

$$C_l^{XY} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{lm}^X a_{lm}^{Y*} \rangle, \quad (12.89)$$

где $X, Y = T, E, B$.

В силу симметрии по четности $C^{TB} \equiv 0, C^{EB} \equiv 0$.

Остаются нетривиальные корреляторы:

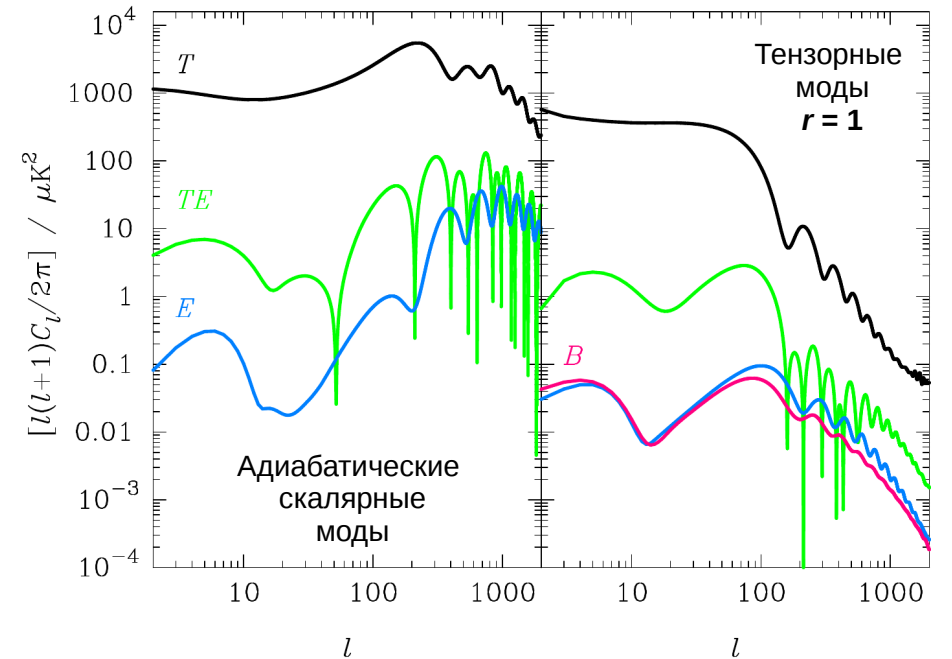
$$C_l^{TT} \equiv C_l, C_l^{TE}, C_l^{EE}, C^{BB}.$$

- Космологические скалярные моды дают вклад только в E -моду поляризации.

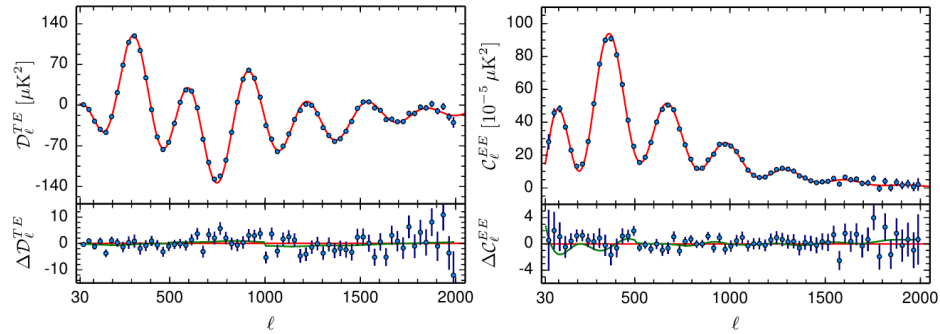
- Тензорные моды дают вклад и в E -моду, и в B -моду

⇒

- Обнаружение B -моды поляризации (вблизи $l \sim 100$) есть способ обнаружения тензорных мод и измерения тензорно-скалярного отношения r



Экспериментальные ТЕ- и ЕЕ-спектры мощности поляризации (PLANCK-2015)



Проблема фонов:

- Рассеяние на свободных электронах реионизации
- Слабое гравитационное линзирование (дает B -моду)
- Фарадеевское вращение (плазма + магнитное поле)
- Рассеяние на пыли (дает B -моду)

Последние результаты для B -моды:

Planck + WMAP + Keck Array:

arXiv:1511.05146: $r < 0.061$ 95%