

Лекция 6

Сохранение энтропии. Барион-фотонное отношение. Частицы стандартной модели и эффективный стат. вес. Фазовые переходы в ранней Вселенной. Бариогенезис. Закалка нейтрино.

Сохранение энтропии при сохранении разности числа частиц и античастиц: $d(N - \bar{N}) = 0$

В *сопутствующем* объеме, с учетом всех типов частиц:

$$\begin{aligned} dE &= TdS - pdV + \sum \mu(dN - d\bar{N}) = \\ &= TdS - pdV + \sum \mu d(N - \bar{N}) = \\ &= TdS - pdV \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} TdS &= dE + pdV = d(\rho V) + pdV = \\ &= Vd\rho + \rho dV + pdV = (p + \rho)dV + Vd\rho \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$T \frac{dS}{dt} = (p + \rho) \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} \quad (6.3)$$

$$\text{Сопутствующий объем: } V = ka^3 \Rightarrow \quad (6.4)$$

$$\frac{dV}{dt} = k3a^2\dot{a} \Rightarrow \quad (6.5)$$

$$T \frac{dS}{dt} = ka^3 \left[(p + \rho)3\frac{\dot{a}}{a} + \dot{\rho} \right] \quad (6.6)$$

Закон сохранения ЭИ:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) = 0 \Rightarrow \frac{dS}{dt} = 0 \quad (6.7)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(ka^3s) \Rightarrow \frac{d}{dt}(a^3s) = 0 \quad (6.8)$$

Закон сохранения энтропии в локальной форме

$$\boxed{3\dot{a}s + a\dot{s} = 0} \quad (6.9)$$

Барион-фотонное отношение

При температуре ниже по крайней мере ~ 100 ГэВ барионное число сохраняется:

$$(n_B - n_{\bar{B}})a^3 = \text{const} \quad (6.10)$$

$$sa^3 = \text{const} \Rightarrow \quad (6.11)$$

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} = \text{const} \quad (6.12)$$

– хорошая характеристика барионной асимметрии (сейчас $\Delta_B = n_B/s$)

Барион-фотонное отношение:

$$\eta_B = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad (6.13)$$

При температуре $T \lesssim 0.5$ МэВ (электроны и позитроны становятся нерелятивистскими и аннигилируют)

$$\begin{aligned} T_\nu &= \sqrt[3]{\frac{4}{11}T_\gamma} \\ s &= g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3 = \left(2 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{4}{11} \right) \frac{4\pi^2}{90} T^3 \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} \Delta_B &= \frac{n_B}{s} = \frac{n_B n_\gamma}{n_\gamma s} = \eta_B \frac{n_\gamma}{s} = \\ &= \frac{2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3}{\left(2 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{4}{11} \right) \frac{4\pi^2}{90} T^3} \eta_B = 0.14 \eta_B \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$\boxed{\Delta_B = 0.14 \eta_B} \quad (6.16)$$

$$\eta_B = (6.10 \pm 0.20) \cdot 10^{-10} \quad (6.17)$$

$$\Delta_B = 0.87 \cdot 10^{-10} \quad (6.18)$$

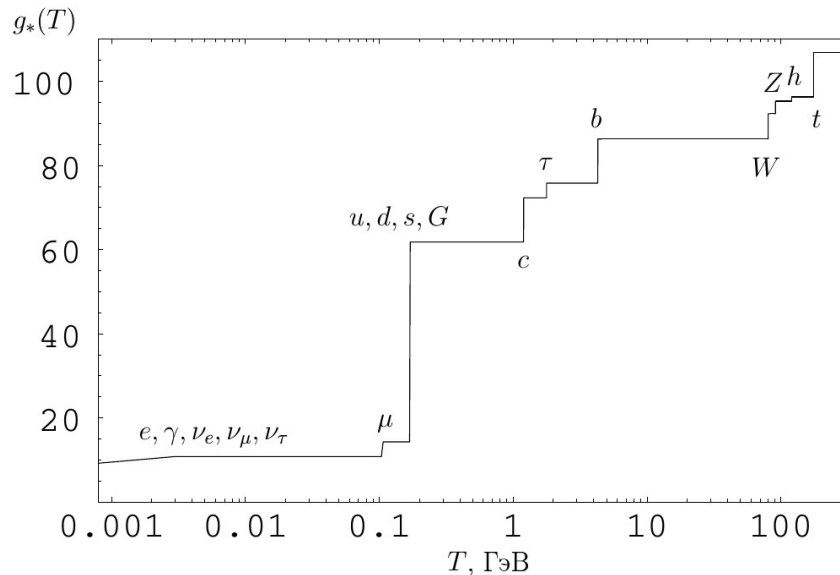
Частицы стандартной модели и $g_*(T)$

$$\rho = g_* \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (6.19)$$

$$g_* = \sum_{\text{бозоны}} g_i + \frac{7}{8} \sum_{\text{фермионы}} g_i \quad (6.20)$$

Лептоны		Кварки	
$\nu_e(?)$	$e(0.511 \text{ МэВ})$	$u(1.5-3.0 \text{ МэВ})$	$d(3.0-7.0 \text{ МэВ})$
$\nu_\mu(?)$	$\mu(105.7 \text{ МэВ})$	$c(1.15-1.35 \text{ ГэВ})$	$s(0.07-0.12 \text{ ГэВ})$
$\nu_\tau(?)$	$\tau(1.78 \text{ ГэВ})$	$t(169.3-173.5 \text{ ГэВ})$	$b(4.1-4.3 \text{ ГэВ})$
Калибровочные бозоны			
$\gamma(0)$	$G(0)$	$Z(91.2 \text{ ГэВ})$	$W(80.4 \text{ ГэВ})$
Бозон Хиггса $h(125.26 \pm 0.21 \text{ ГэВ})$			

$$X - \text{бозон: } m_X \sim 10^{15} \div 10^{16} \text{ ГэВ (?) } \quad (6.21)$$



Фазовые переходы в ранней Вселенной

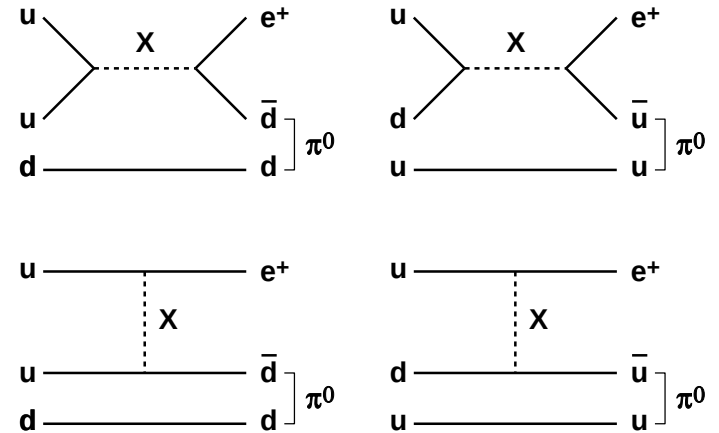
Очень высокие температуры, РД-стадия (см. (5.13))

$$H(T) = \frac{T^2}{M_{Pl}^*}; \quad M_{Pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}}; \quad t = \frac{1}{2H} \quad (6.22)$$

1. Фазовый переход GUT

ТВО приводят к нестабильности протона

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad (6.23)$$



Ширина распада протона:

$$\tau_p > 10^{32} \text{ лет}; \quad \Gamma_p = \frac{1}{\tau_p} \sim \frac{\alpha_X^2}{M_X^4} m_p^5, \quad \alpha_X = \frac{g_X^2}{4\pi} \quad (6.24)$$

g_X – константа связи, в амплитуде в каждой вершине

$\alpha_X \sim 1$

$1/M_X^2$ – в амплитуде пропагатора X

m_p^5 – по размерности

$$M_X \sim (\alpha_X^2 m_p^5 \tau_p)^{1/4} \Rightarrow M_X \gtrsim 10^{16} \text{ ГэВ} \star \quad (6.25)$$

Масса M_X возникает от спонтанного нарушения симметрии при $T_{GUT} \sim 10^{16}$ ГэВ.

$$g_* \sim 200 \text{ при } T > T_{GUT} \Rightarrow t_{GUT} \sim 10^{-39} \text{ сек} \star$$

$$S(GUT) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \quad (6.26)$$

GUT-перехода могло и не быть, т.к. инфляция могла закончиться при более низкой температуре.

2. Электрослабый фазовый переход

$$M_W \approx 80 \text{ ГэВ}, M_Z \approx 91 \text{ ГэВ} \Rightarrow T_W \approx 100 \text{ ГэВ} \quad (6.27)$$

$$T > T_W \Rightarrow g_* \sim 100 \Rightarrow t_W = 10^{-11} \div 10^{-10} \text{ сек} \quad (6.28)$$

$$SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{em} \quad (6.29)$$

3. Конфайнмент кварков и образование кваркового конденсата. Адронизация

$$T_{QCD} \approx 170 \text{ МэВ} \quad (6.30)$$

$$g_* \approx 60 \Rightarrow t_{QCD} \sim 10^{-5} \text{ сек} \quad (6.31)$$

Два события:

1. Конфайнмент кварков, «адронизация»
2. Нарушение киральной симметрии кварков – кварки u, d, s обретают массы (кварковый конденсат)

Порядок следования неизвестен.

Типы и механизмы фазовых переходов

Механизм Хиггса

- Фазовый переход является результатом возникновения ненулевого среднего чего-то, например – поля $\langle \varphi \rangle_T$ при снижении температуры до некоторого критического значения.
- Равновесное значение поля минимизирует большой ТД потенциал

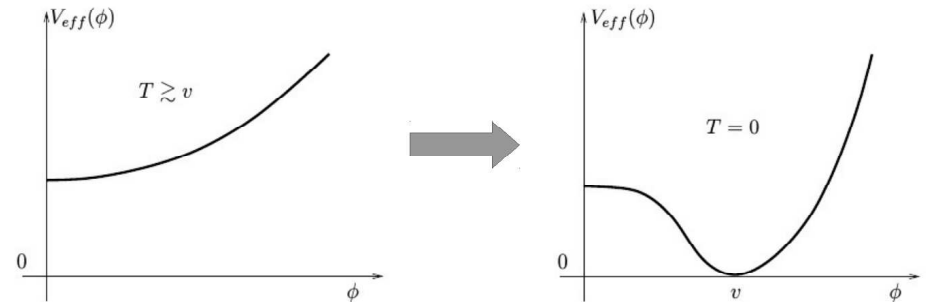
$$\Phi_G = U - TS - \mu N \quad (6.32)$$

На РД-стадии $\mu \sim 0$. Остается свободная энергия:

$$F = U - TS = \Omega V_{eff}(T, \varphi) \quad (6.33)$$

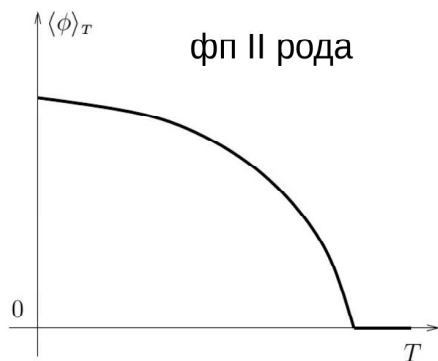
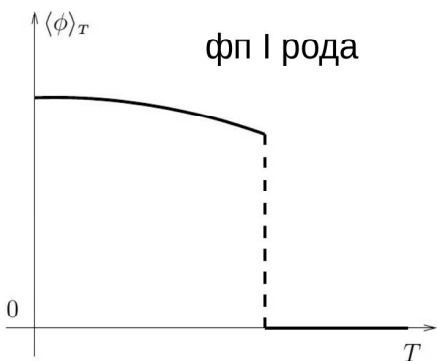
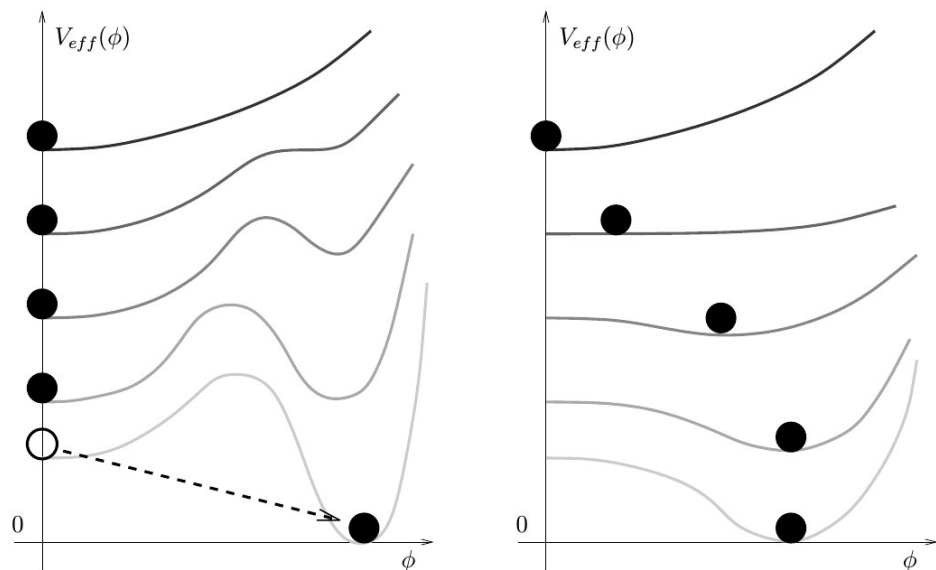
Ω – объем, $V_{eff}(T, \varphi)$ – эффективный потенциал поля при температуре T .

Симметрия, существующая при больших температурах ($T > v$), может быть нарушена при $T = 0$:



Вопрос: как именно происходит трансформация $\langle \varphi \rangle_T = 0 \rightarrow \langle \varphi \rangle_T \neq 0$?

Фазовые переходы I и II рода



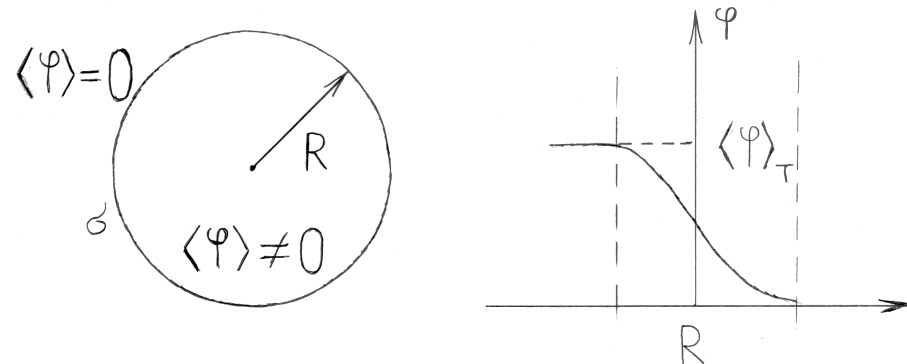
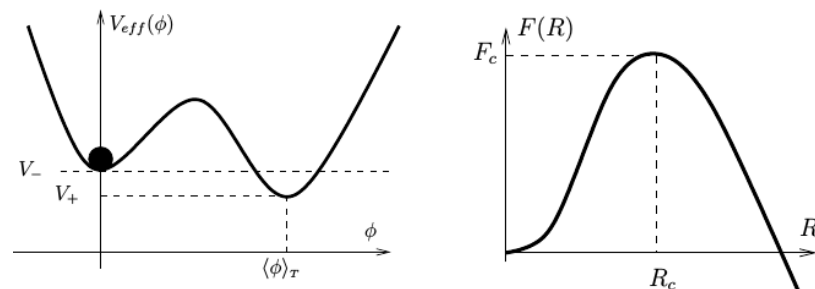
Кроссовер – похоже на I рода, но нет резкого скачка

- Пример первого рода – жидкость \rightarrow пар
- Примеры II рода – точка Кюри, киральный переход QCD
- Пример кроссовера – вода \rightarrow пар при высоких давлениях

Ф.п. II рода происходит плавно во всем пространстве.

Ф.п. I рода во всем пространстве произойти не может, т.к. должен быть преодолен потенциальный барьер свободной энергии.

Ф.п. I рода: Вероятность образования пузыря новой фазы



Баланс объемной и поверхностной энергии:

$$\Delta V = V_- - V_+ > 0 \quad (6.34)$$

$$F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} R^3 \Delta V \quad (6.35)$$

Если $R < R_c$ пузырек схлопывается
 Если $R > R_c$ пузырек растет $\Rightarrow R_c$ – критический пузырек

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \rightarrow R_c; \quad R_c = \frac{2\sigma(T)}{\Delta V(T)} \quad (6.36)$$

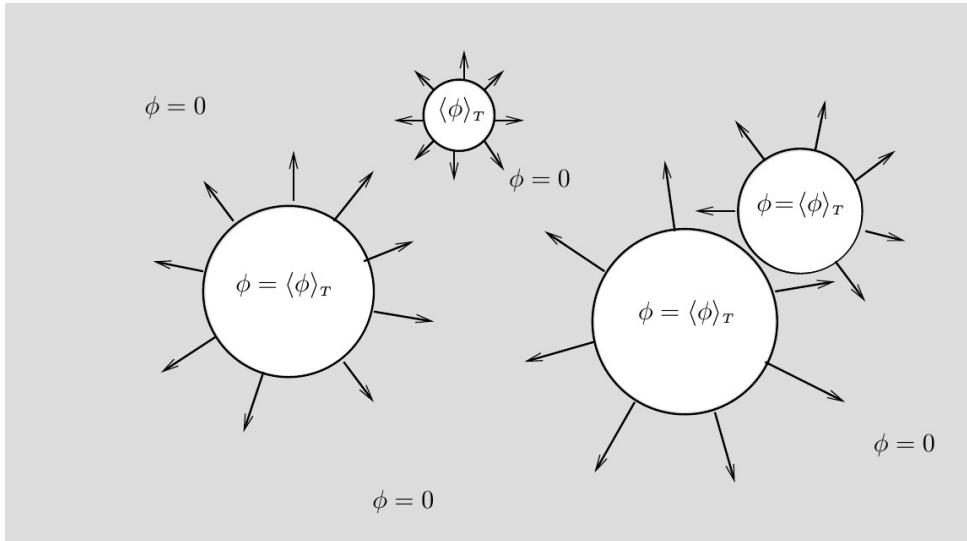
$$F_c(T) = 4\pi \left(\frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} \left(\frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^3 \Delta V = \frac{16\pi}{3} \frac{\sigma^3}{\Delta V^2} \quad (6.37)$$

Вероятность флуктуации в единицу времени в единице объема до F_c : больцмановский множитель + размерность:

$$\Gamma \sim AT^4 e^{-F_c/T} \quad (6.38)$$

A слабо зависит от T , справедливо при $F_c \gg T$ (Формула Аррениуса)

Из (6.37), (6.38) видно, что для перехода необходимо существенное переохлаждение ($\phi = 0, \Delta V > 0$).



• Условие перехода: вероятность образования 1 пузыря в хаббловском объеме за хаббловское время ~ 1 :

$$AT^4 e^{-F_c/T} \sim H^4(T) = \left(\frac{T^2}{M_{Pl}^*} \right)^4 \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{F_c(T)} \ln \left[A \left(\frac{M_{Pl}^*}{T} \right)^4 \right] \quad (6.39)$$

Как считать температуру перехода

- Используя какую-то технику (аналитику, расчеты на решетке) считать $V_{eff}(T, \varphi)$
- Через $V_{eff}(T, \varphi)$ считать $\Delta V(T)$
- Считать $\sigma(T)$ (вариационная задача: профиль $\varphi(r)$ вблизи $r = R$ должен минимизировать свободную энергию)
- Через $\Delta V(T)$ и $\sigma(T)$ найти $F_c(T)$ (формула (6.37))
- Решать относительно T уравнение (6.39) $\rightarrow T_c$

Пример: электрослабый переход (на что это может быть похоже)

$$T \sim 100 \text{ ГэВ} \quad (6.40)$$

$$R_c \sim \frac{1}{T} \sim 10^{-15} \div 10^{-16} \text{ см} \quad (6.41)$$

$$H^{-1} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim 1 \text{ см} \quad (6.42)$$

1 пузырек размером 10^{-15} см в 1 см^3 .

Пузырьки сливаются и заполняют все пространство.

Для $m_H = 125 \text{ ГэВ}$ может иметь место не ф.п. I рода, а гладкий кроссовер.

Бариогенезис – генерация барионной асимметрии

Два основных варианта:

1. На фазе постинфляционного разогрева.
2. На этапе горячего Большого взрыва.

Рассматриваем только вариант 2.

Предполагается динамическая генерация избытка барионов

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \approx 0.86 \cdot 10^{-10} \quad (6.43)$$

из первоначально симметричного состояния.

Условия Сахарова:

1. Несохранение барионного числа
2. Нарушение ТД-равновесия
3. Нарушение CP -инвариантности

1. – очевидно.

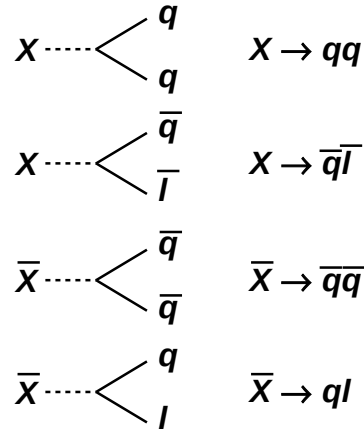
2. – следует из 1. Если барионное число не сохраняется, то в состоянии равновесия число барионов было бы равно числу антибарионов, так как в состоянии равновесия концентрации вообще всех ультрарелятивистских частиц одинаковы, если ничто не мешает им превращаться друг в друга.

3. – нетривиально.

Существует ~ 10 моделей бариогенезиса. Рассматриваем только одну:

GUT бариогенезис

Те же частицы X , $M_X \sim 10^{16}$ ГэВ, которые могут приводить к распаду протона, сами могут распадаться на кварки и лептоны:



Из-за CP -нарушения парциальные вероятности каналов могут не совпадать:

$$P(X \rightarrow qq) = r \quad (6.44)$$

$$P(X \rightarrow \bar{q}l) = 1 - r \quad (6.45)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \bar{r} \quad (6.46)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow ql) = 1 - \bar{r} \quad (6.47)$$

Если было $n_X = n_{\bar{X}}$, то после распада X -частиц образуется избыток барионного заряда:

$$\begin{aligned}
 n_B &= n_X r \cdot \frac{2}{3} + n_X (1 - r) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \\
 &+ n_X \bar{r} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + n_X (1 - \bar{r}) \cdot \frac{1}{3} = \\
 &= n_X (r - \bar{r}) \quad (6.48)
 \end{aligned}$$

Распадов X и \bar{X} должно быть больше, чем рождений! (неравновесие)

Температура GUT-бариогенезиса $10^{15} \div 10^{16}$ ГэВ (как и фазовый переход GUT)

Интересная возможность: если CP -нарушение зависит от пространства (например, является результатом спонтанного нарушения симметрии), то могут образоваться домены вещества и антивещества.

Электрослабый бариогенезис:

T от 10^{12} ГэВ до 100 ГэВ.

Энтропия заведомо сохраняется только при $T < 100$ ГэВ.

Закалка нейтрино

Температура – МэВы

e^-, e^+ – ультрарелятивистские

μ, τ – уже проаннигилировали

Барионы – нерелятивистские

Процессы: $\nu + e \rightleftharpoons \nu + e$ рассеяние
 $\nu + \nu \rightleftharpoons \nu + \nu$ рассеяние
 $\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^-$ аннигиляция

Сечение процессов, по размерности:

$$G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (6.49)$$

$$\sigma_\nu \sim G_F^2 E^2 [\text{ГэВ}^{-4} \cdot \text{ГэВ}^2 = \text{ГэВ}^{-2}] \quad (6.50)$$

Время свободного пробега

$$\begin{aligned} \tau_\nu &= \frac{1}{\langle \sigma_\nu v n \rangle} = \langle v \sim 1 \rangle = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \\ &= \left\langle n_i = \frac{3}{4} g_i \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \right\rangle \sim \frac{1}{\sigma_\nu T^3} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \end{aligned} \quad (6.51)$$

Хаббловское время

$$\frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}; \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(2+2) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \langle \gamma, e^\pm, \nu \rangle \quad (6.52)$$

Условие закалки ν :

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{H} \Rightarrow \frac{1}{G_F^2 T^5} \sim \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \quad (6.53)$$

$$T_{\nu,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.2 \text{ МэВ} \star \quad (6.54)$$

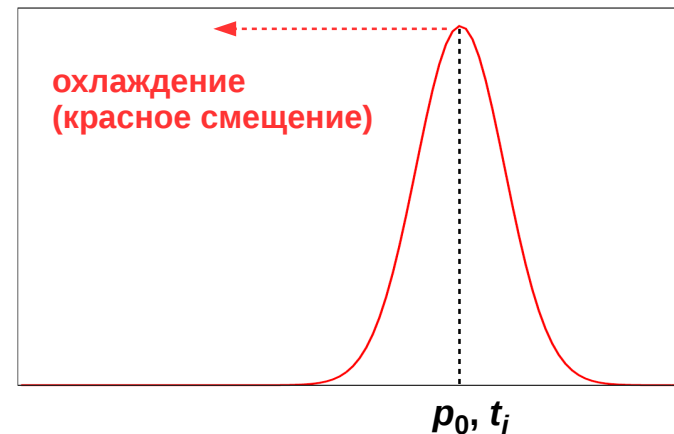
Возраст Вселенной для $T_{\nu,f}$

$$t_{\nu,f} = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2} \frac{M_{Pl}^*}{T_{\nu,f}^2} = 0.85 \text{ сек} \quad (6.55)$$

Функция распределения по импульсам для газа не взаимодействующих частиц
 (как ν после закалки).

Функции распределения *замороженные и не равновесные*.

$$f(\mathbf{p}, t) = f_i \left(\frac{a(t)}{a(t_i)} \mathbf{p} \right) \quad (6.56)$$



Сейчас:

$$T_\nu(t_0) = T_{\nu,f} \frac{a(t_{\nu,f})}{a(t_0)} = \frac{T_{\nu,f}}{1 + z_{\nu,f}} \quad (6.57)$$

- Сначала T_ν и T_γ падают одинаково.
- После закалки нейтрино, $T_{\nu,f} = 1.2 \text{ МэВ}$ остается много e^\pm , которые аннигилируют **позже** и дополнительно подогревают газ фотонов.

На сколько?

Сохранение энтропии:

$$s = g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3; \quad sa^3(t) = \text{const} \Rightarrow \quad (6.58)$$

$$g_*(T) a^3 T^3 = \text{const} \quad (6.59)$$

После закалки ν , но перед аннигиляцией e^+, e^- в электрон-фотонную энтропию дают вклад γ, e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{before}) = 2 + \frac{7}{8}(2 + 2) = \frac{11}{2} \quad (6.60)$$

После аннигиляции e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{after}) = 2 \Rightarrow \quad (6.61)$$

a меняется мало за время аннигиляции

$$g_*^{em}(\text{before}) a^2 T_{\nu,\gamma}^3 = g_*^{em}(\text{after}) a^2 T_\gamma^3 \Rightarrow \quad (6.62)$$

$$\frac{T_\gamma^3}{T_{\nu,\gamma}^3} = \frac{g_*^{em}(\text{before})}{g_*^{em}(\text{after})} = \frac{11/2}{2} = \frac{11}{4} \Rightarrow \quad (6.63)$$

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} \quad (6.64)$$

Сейчас:

$$T_\nu = \frac{2.73 \text{ К}^\circ}{(11/4)^{1/3}} = 1.95 \text{ К}^\circ \quad (6.65)$$

Релятивистская ф.р. ν заморожена \Rightarrow

Плотность реликтовых нейтрино каждого типа (частицы + античастицы)

$$n_\nu = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_\nu^3 = 112 \text{ см}^{-3} \star \quad (6.66)$$

(даже если нейтрино массивные и сейчас нерелятивистские!)

Ограничение сверху на массу нейтрино

$m_\nu \gg T_\nu$

$$\rho_{\nu_i} \cong m_{\nu_i} n_\nu \quad (6.67)$$

$$\Omega_{\nu_i} = \frac{\rho_{\nu_i}}{\rho_c} = \frac{m_{\nu_i} \times 112 \text{ см}^{-3}}{1.88 \cdot 10^{-29} h^2 \Gamma / \text{см}^3} = \frac{m_{\nu_i}}{1 \text{ эВ}} \times 0.01 h^{-2} \star \quad (6.68)$$

Потребуем $\sum \Omega_{\nu_i} \ll \Omega_M \Rightarrow$

$$\sum_i m_{\nu_i} 0.01 h^{-2} \ll \Omega_M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} \ll 100 h^2 \Omega_M \text{ эВ} \approx 14 \text{ эВ} \quad (6.69)$$

(современное ограничение по всем наблюдениям: $\sum m_{\nu_i} \lesssim 1 \text{ эВ}$)