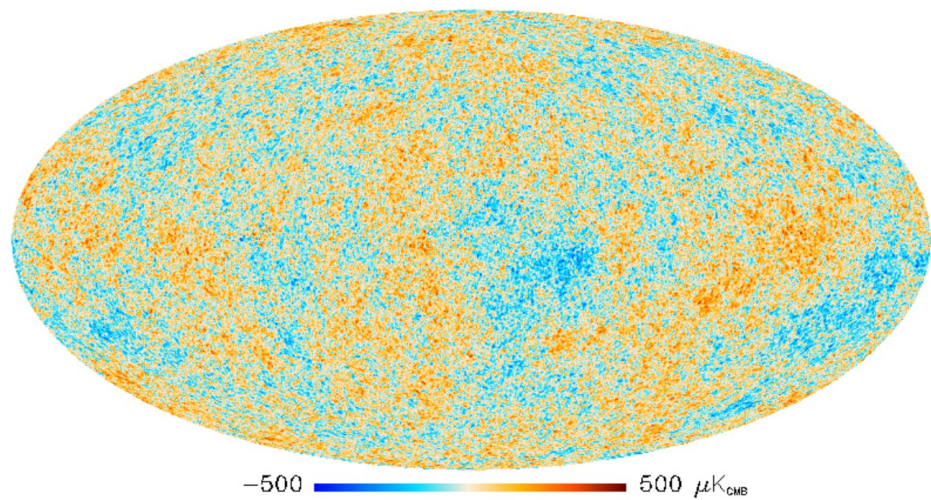
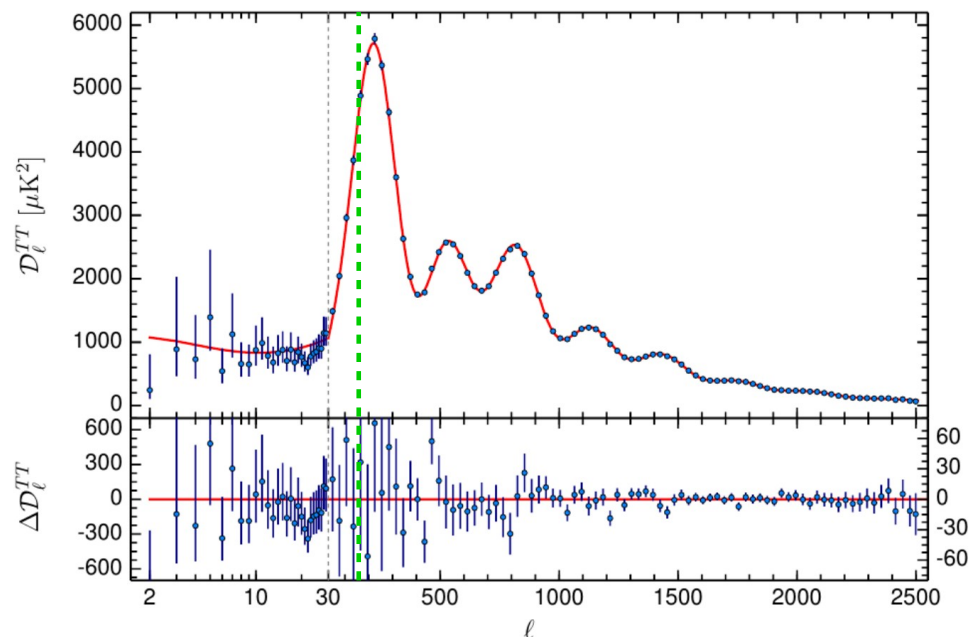
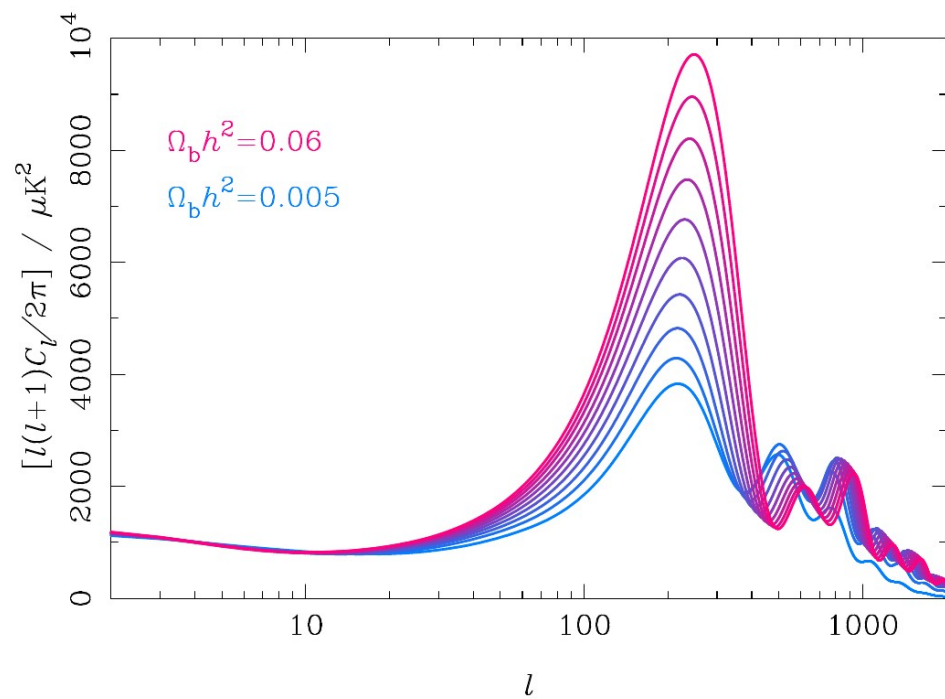
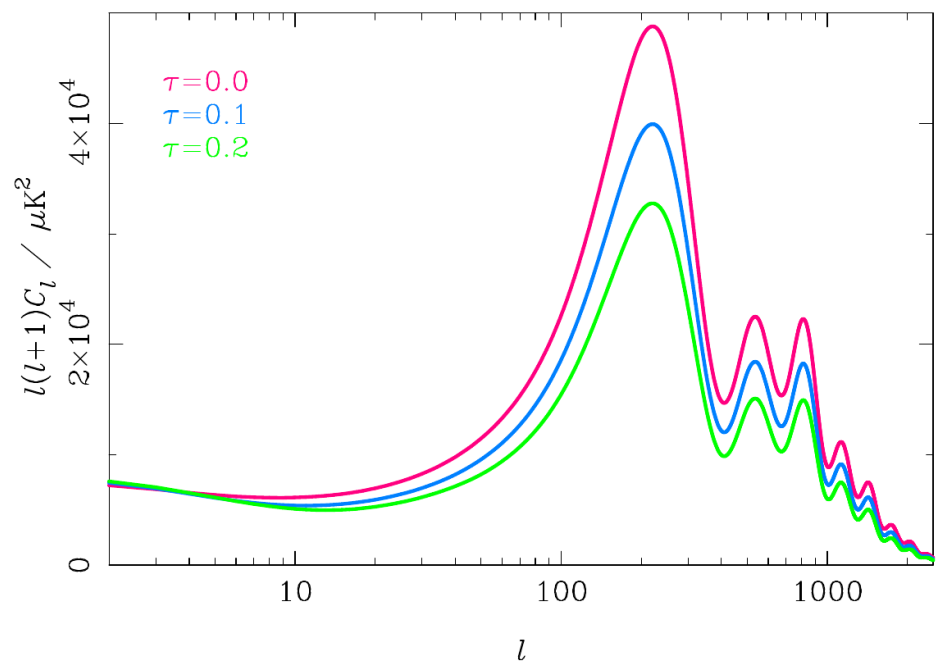


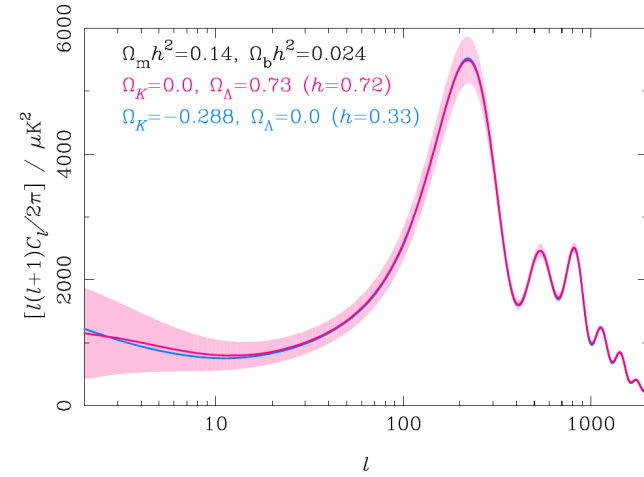
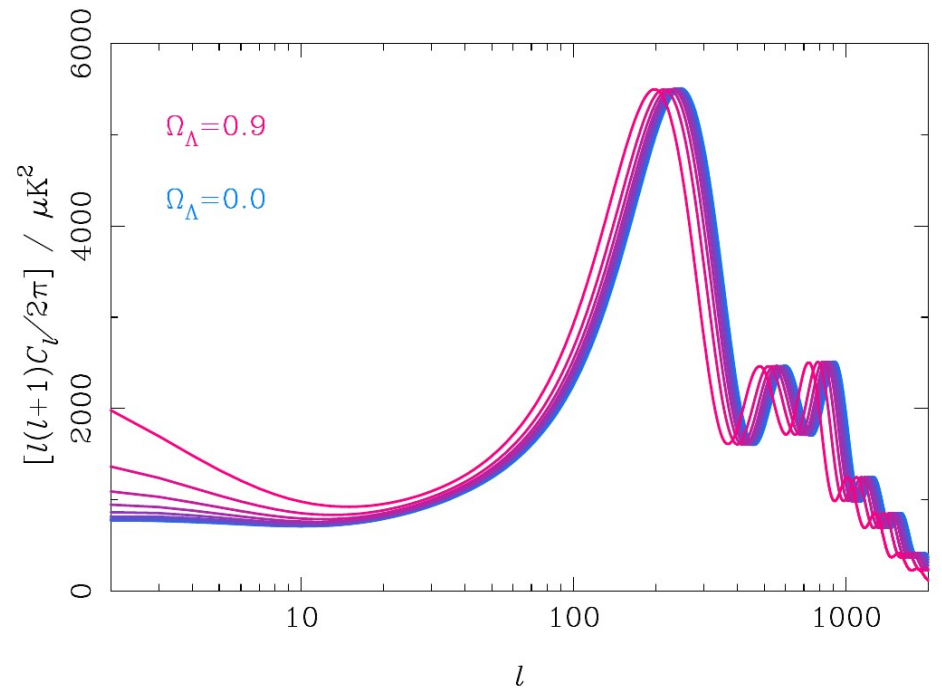
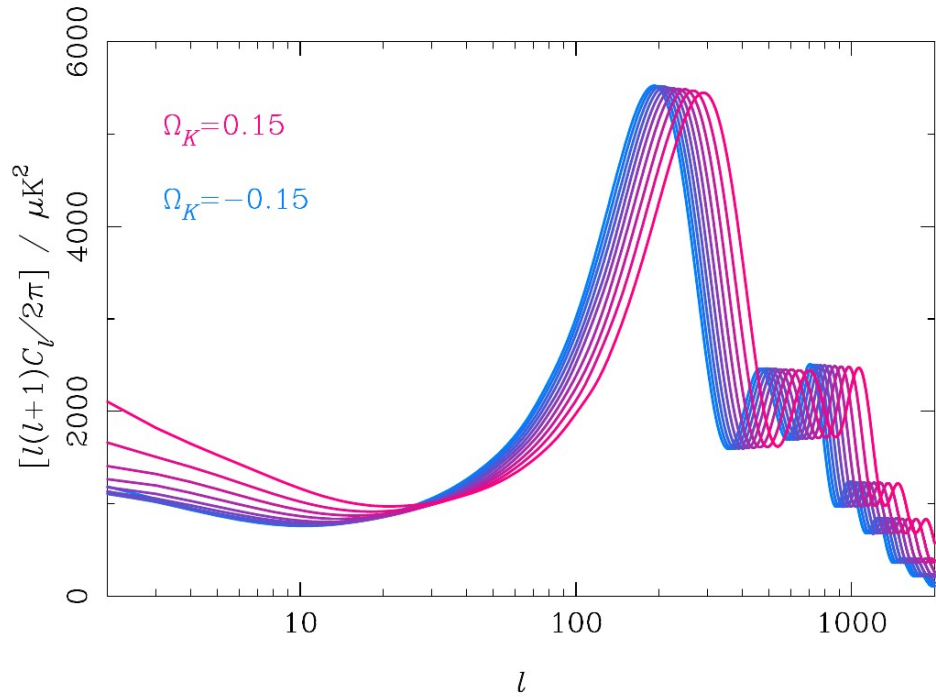
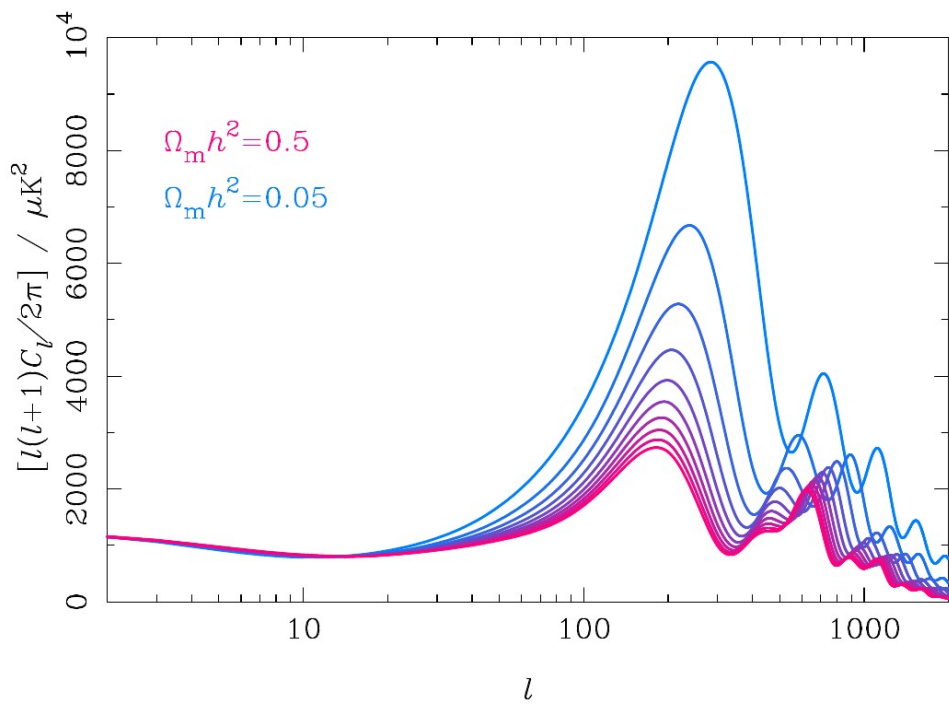
## Лекция 13

Анизотропия температуры СМВ и космологические параметры.  
Поляризация реликтового излучения. Проблемы теории Горячего  
большого взрыва.



## Зависимость анизотропии температуры СМВ от космологических параметров



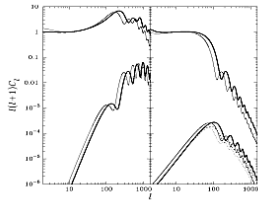


**Fig. 11.** The geometric degeneracy. A scale-invariant adiabatic  $\Lambda$ CDM model with  $\Omega_b h^2 = 0.024$ ,  $\Omega_m h^2 = 0.14$  and  $\Omega_\Lambda = 0.73$  and  $\Omega_K = 0$  (close to the WMAP best-fit values [12]) produces an almost identical spectrum to a closed model  $\Omega_K = -0.288$  with vanishing cosmological constant. However, the Hubble constants are very different –  $h = 0.72$  in the flat model and  $0.33$  in the closed model – and so the latter is easily ruled out by external constraints. The shaded region shows the  $1\sigma$  cosmic variance errors  $\Delta C_l/C_l = \sqrt{2/(2l+1)}$  on the power spectrum.

Линзирование углового масштаба акустических пиков!

# Открытый код CAMB для вычисления спектра мощности анизотропии СМВ:

[camb.info](http://camb.info)



## Code for Anisotropies in the Microwave Background

by [Antony Lewis](#) and [Anthony Challinor](#)

Get help:   [Google Custom Search](#)

### Features:

- Support for closed, open and flat models
- Scalar, vector and tensor modes including polarization
- Output  $C_l$ , matter transfer functions, matter power spectrum and  $\sigma_8$
- Fast computation to  $\sim 0.3-0.1\%$  accuracy, with controllable accuracy level
- Relatively structured and easily extendable Fortran 90 code
- Efficient support for massive neutrinos
- Absolute computations from correctly normalized initial power spectra
- Computation of lensed CMB power spectra and lensing potential power spectrum
- Internally parallelized for fast execution on multi-processor machines
- Use CAMB with [CosmoMC](#) for Monte-Carlo parameter estimation
- Constant equation of state [quintessence](#) (or variable [PPE](#))
- Support for general correlated adiabatic/isocurvature initial conditions
- Accurate full-sky calculation of lensed power spectra ([astro-ph/0502425](#))
- Integrated interface to [HALOFIT](#) for non-linear fitting
- support for arbitrary neutrino mass splittings
- For 21cm, lensing and number count power spectra see this [extension](#)
- For perturbed recombination and effect on small-scale baryons see this [extension](#)
- Calculation of local primordial and CMB lensing bispectra
- **NEW:** Easy-to-use [Python wrapper](#)

Download the [Fortran 90 source code and python wrapper](#).

See the [ReadMe](#) file for documentation, [CosmoCoffee](#) for support, and the [Bibtex](#) file for references.

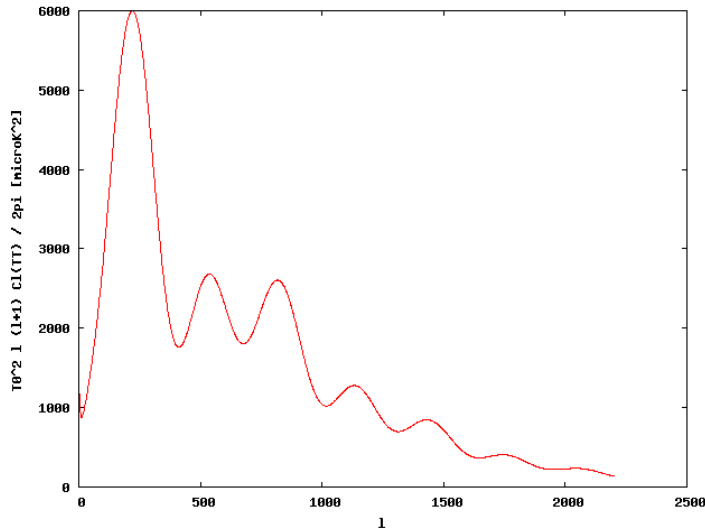
# CAMB online

[https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb\\_camb\\_form.cfm](https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm)

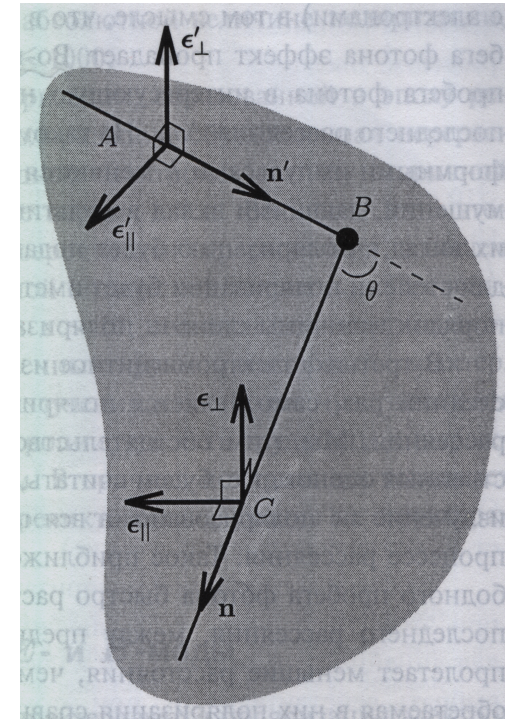


Log/Output camb\_84296825.log  
 Scalar Output camb\_84296825\_scalcls.dat  
 Lensed Output camb\_84296825\_lensedcls.dat  
 FITS Output camb\_84296825\_scalcls.fits

## Scalar Modes Plots

 $C_l^{TT}$  vs.  $l$ 

## Поляризация реликтового излучения



Томсоновское рассеяние на электронах:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \cos^2(\epsilon', \epsilon) \quad (13.1)$$

- Если с направления  $\mathbf{n}'$  приходит неполяризованное излучение, то в направлении  $\mathbf{n}$  излучение будет частично линейно поляризовано перпендикулярно плоскости  $(\mathbf{n}', \mathbf{n})$ .

$\Rightarrow$

- Если излучение, приходящее в точку  $B$  изотропно, то рассеяное излучение в направлении  $\mathbf{n}$  будет частично поляризовано.
- Поток фотонов вблизи поверхности последнего рассеяния анизотропен  $\Rightarrow$  последнее рассеянное излучение частично поляризовано.

## Масштаб величины поляризации

$d$  – длина пробега фотонов,  $\lambda/4$  – масштаб длины неоднородностей

$d \ll \lambda/4 \Rightarrow$  поляризации нет.

$d \gg \lambda \Rightarrow$  поляризации нет (эффект Силка)

Вблизи первого акустического пика,  $l \sim 150$

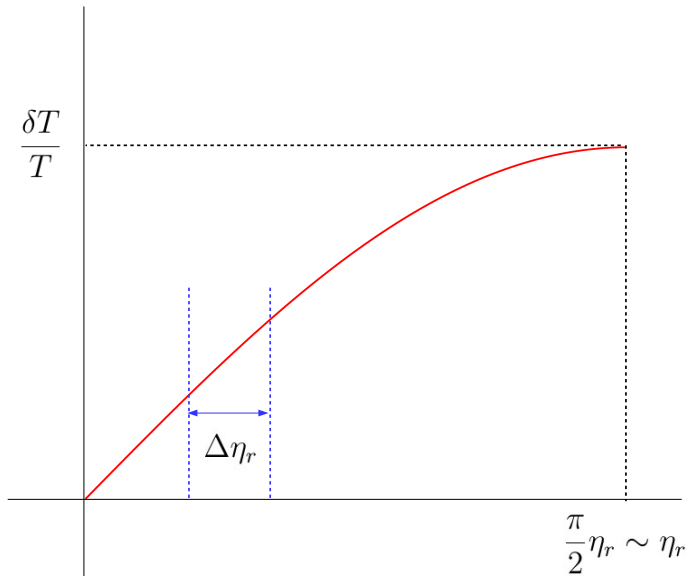
$$k\eta_r \sim 1 \Rightarrow k \sim \frac{1}{\eta_r} \quad (\text{см. (10.72)–(10.74)}) \quad (13.2)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \sim 2\pi\eta_r \quad (13.3)$$

$$\frac{\lambda}{4} \sim \frac{\pi}{2}\eta_r \sim \eta_r \quad (13.4)$$

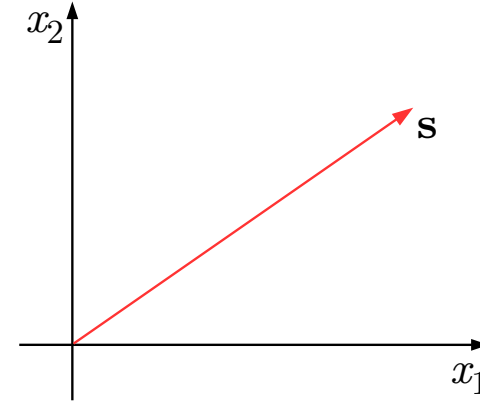
Пробег фотонов вблизи рекомбинации масштаба толщины поверхности последнего рассеяния  $\Delta\eta_r \sim 0.1\eta_r \Rightarrow$

$$\mathcal{P} \sim \frac{\Delta\eta_r}{\eta_r} \frac{\delta T}{T} \sim 0.1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \sim 5 \cdot 10^{-6} \sim 10^{-5} \quad (13.5)$$



## Тензор поляризации.

### 1. Поляризация узкого пучка



- Поляризация – не 2-вектор:
  - Проекция вектора на ось меняется от нуля до максимального значения
  - Интенсивность света, проходящего через поляризатор, вообще говоря, не обращается в нуль.
  - Поляризация не имеет направления

- Поляризация – 2-тензор

$$I(\mathbf{s}) = \langle |\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}|^2 \rangle = \langle (E_a s_a)(E_b s_b)^* \rangle = s_a \langle E_a E_b^* \rangle s_b \quad (13.6)$$

$$I_{ab} = \langle E_a E_b^* \rangle \quad (13.7)$$

$$I = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle \quad (13.8)$$

Тензор поляризации:

$$P_{ab} = \frac{I_{ab}}{I} \quad (13.9)$$

- Для линейно поляризованного света  $\mathbf{E}$  – действительный вектор  $\Rightarrow P$  действительный, симметричный, со следом 1  $\Rightarrow$  всего 2 независимых параметра
- Неполяризованное излучение

$$P_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{2} \Rightarrow \det P = \frac{1}{4} \quad (13.10)$$

- Полностью поляризованное излучение

$$P_{ab} = \frac{E_a E_b}{E^2} \Rightarrow \det P = 0 \quad (\mathbf{E} - \text{фикс. вектор}) \quad (13.11)$$

$$P = (|\mathbf{E}\rangle \otimes \langle \mathbf{E}|) / E^2 \equiv |\mathbf{E}\rangle \langle \mathbf{E}| / E^2 \quad (13.12)$$

$$|\mathbf{E}\rangle = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}, \langle \mathbf{E}| = (E_1^*, E_2^*) \equiv (E_1, E_2) \quad (13.13)$$

- Степень поляризации

$$\mathcal{P} = \sqrt{1 - 4 \det P}; \quad 0 \leq \mathcal{P} \leq 1 \quad (13.14)$$

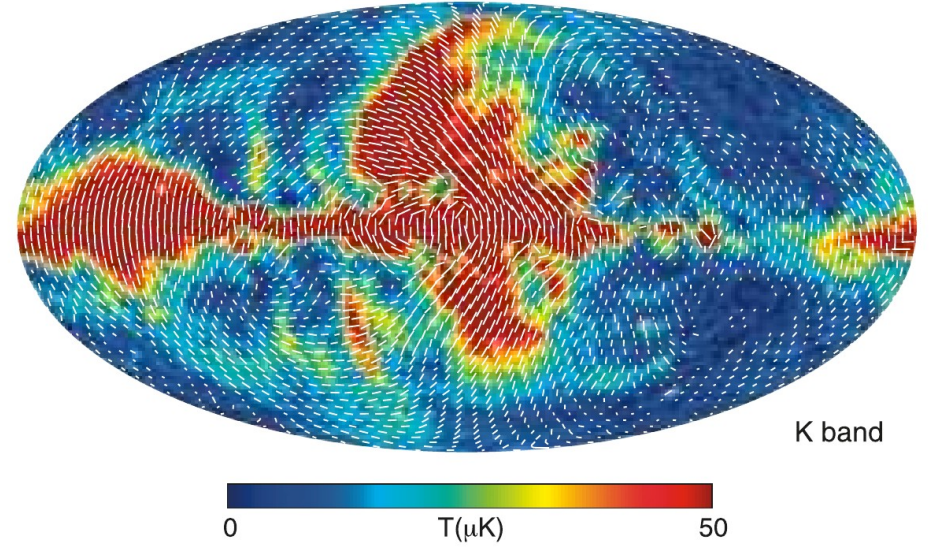
Пусть  $\mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{s}^{(2)}$  – нормированные собственные векторы  $P_{ab}$ . Тогда

$$\begin{aligned} P &= \lambda_p |\mathbf{s}^{(1)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(1)}| + (1 - \lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| = \\ &= \text{\textbackslash пусть } \lambda_p < 1/2 \text{\textbackslash} = \\ &= \lambda_p |\mathbf{s}^{(1)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(1)}| + \lambda_p |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| - \\ &- \lambda_p |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| + (1 - \lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| = \\ &= \lambda_p \hat{1} + (1 - 2\lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| \Rightarrow \end{aligned} \quad (13.15)$$

$$P_{ab} = \lambda_p \delta_{ab} + (1 - 2\lambda_p) s_a^{(2)} s_b^{(2)} = \frac{I_{ab}}{I} \Rightarrow \quad (13.16)$$

$$I_{ab} \equiv \frac{1}{2} \delta_{ab} I^{(np)} + E_a^{(p)} E_b^{(p)} \quad (13.17)$$

Можно нарисовать поле вектора  $\mathbf{E}$



$$\mathcal{P}_{ab} \equiv P_{ab} - \frac{1}{2} \delta_{ab} \quad (13.18)$$

Легко показать ★:

$$\det \mathcal{P}_{ab} = \det P_{ab} - \frac{1}{4} \Rightarrow \mathcal{P} = \sqrt{-4 \det \mathcal{P}_{ab}} \quad (13.19)$$

Тензор  $\mathcal{P}_{ab}$  симметричный, бесследовый  $\Rightarrow$  два параметра.

Для неполяризованного излучения  $\mathcal{P}_{ab} = 0$

## 2. Поле поляризации на единичной сфере

Обобщение (13.18):

$$\mathcal{P}_{ab} = P_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} \quad (13.20)$$

где  $g_{ab}$  метрический 2-тензор на единичной сфере (координаты любые, можно  $(\theta, \varphi)$ ).

Заданный на сфере симметричный бесследовый тензор можно представить через скалярный и псевдоскалярный «потенциалы»:

$$\mathcal{P}_{ab} = \{\nabla_a \nabla_b\} \mathcal{P}_E - \{E_a^c \nabla_b \nabla_c\} \mathcal{P}_B \quad (13.21)$$

где  $\nabla_a$  и  $E_{ab}$  – ковариантная производная и антисимметричный тензор на сфере (см. (2.54)):

$$E_{ab} = \sqrt{-g} \varepsilon_{ab} \quad (13.22)$$

$\{\dots\}$  означает выделение симметричной и бесследовой части:

$$\{\nabla_a \nabla_b\} = \frac{1}{2}(\nabla_a \nabla_b + \nabla_b \nabla_a - g_{ab} \Delta) \quad (13.23)$$

$$\{E_a^c \nabla_b \nabla_c\} = \frac{1}{2}(E_a^c \nabla_b \nabla_c + E_b^c \nabla_a \nabla_c) \quad (13.24)$$

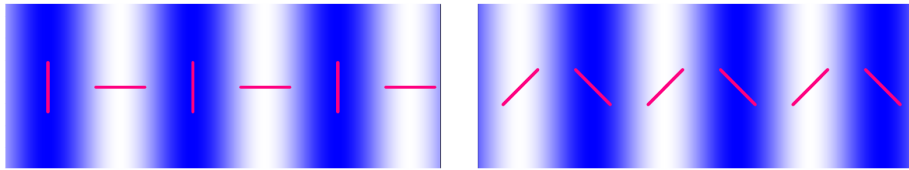
Обратное преобразование:

$$-\Delta(\Delta + 2)\mathcal{P}_E = 2\{\nabla^a \nabla^b\} \mathcal{P}_{ab} \quad (13.25)$$

$$-\Delta(\Delta + 2)\mathcal{P}_B = 2\{E_c^a \nabla^c \nabla^b\} \mathcal{P}_{ab} \quad (13.26)$$

Pure E mode

Pure B mode



$\nabla^a \mathcal{P}_{ab}$  – чистый градиент (как  $\mathbf{E}$ ), если  $\mathcal{P}_B = 0$ ,  
 $\nabla^a \mathcal{P}_{ab}$  – чисто вихревой (как  $\mathbf{B}$ ), если  $\mathcal{P}_E = 0$ .

Оригинальные статьи:

astro-ph/9609132  
 astro-ph/9609169  
 astro-ph/9611125

Разложение  $\mathcal{P}_E$  и  $\mathcal{P}_B$ :

$$\mathcal{P}_E = \sqrt{2} \sum_{lm} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^E Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (13.27)$$

$$\mathcal{P}_B = \sqrt{2} \sum_{lm} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^B Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (13.28)$$

$$(13.29)$$

(нормировка из соображений удобства).

Коэффициенты  $a_{lm}^E$  и  $a_{lm}^B$  вычисляются по результатам наблюдений:

$$a_{lm}^E = - \int d\mathbf{n} \left[ Y_{lm}^{(E)ab}(\mathbf{n}) \right]^* \mathcal{P}_{ab}(\mathbf{n}) \quad (13.30)$$

$$a_{lm}^B = - \int d\mathbf{n} \left[ Y_{lm}^{(B)ab}(\mathbf{n}) \right]^* \mathcal{P}_{ab}(\mathbf{n}) \quad (13.31)$$

где

$$Y_{lm,ab}^{(E)} = \sqrt{\frac{2(l-2)!}{(l+2)!}} \left( \nabla_a \nabla_b Y_{lm} - \frac{1}{2} g_{ab} \nabla^c \nabla_c Y_{lm} \right) \quad (13.32)$$

$$Y_{lm,ab}^{(B)} = \sqrt{\frac{(l-2)!}{2(l+2)!}} (\nabla_a \nabla_c Y_{lm} E_b^c + \nabla_c \nabla_b Y_{lm} E_a^c) \quad (13.33)$$

Разные компоненты анизотропии ( $E, B$ ) (не)могут коррелировать между собой и все они могут коррелировать с температурой.

Поэтому определяется набор корреляторов

$$C_l^{XY} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{lm}^X a_{lm}^{Y*} \rangle, \quad (13.34)$$



где  $X, Y = T, E, B$ .

В силу симметрии по четности  $C^{TB} \equiv 0, C^{EB} \equiv 0$ .

Остаются нетривиальные корреляторы:

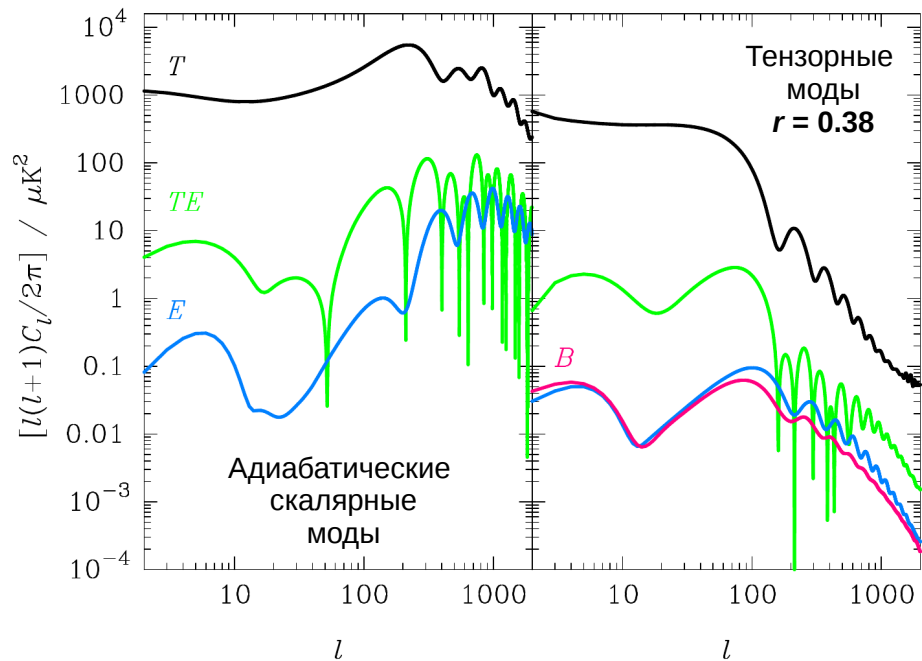
$$C_l^{TT} \equiv C_l, C_l^{TE}, C_l^{EE}, C^{BB}.$$

- Космологические скалярные моды дают вклад только в  $E$ -моду поляризации.

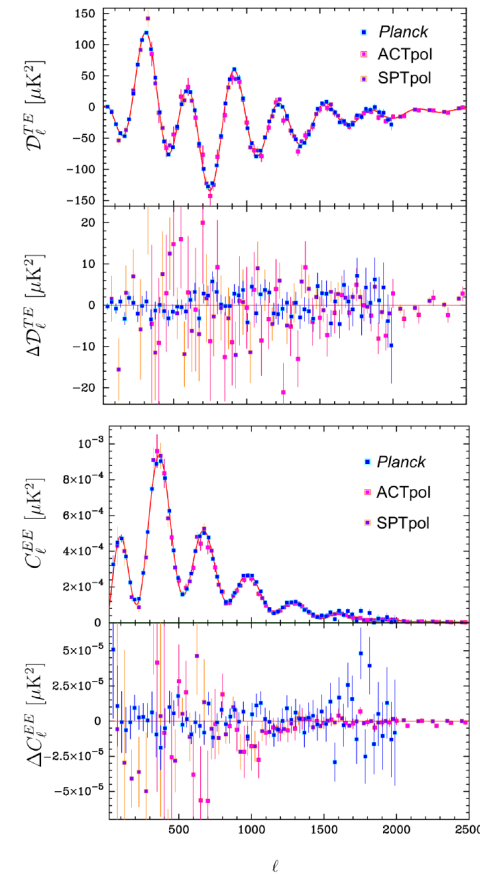
- Тензорные моды дают вклад и в  $E$ -моду, и в  $B$ -моду

⇒

- Обнаружение  $B$ -моды поляризации (вблизи  $l \sim 100$ ) есть способ обнаружения тензорных мод и измерения тензорно-скалярного отношения  $r$



Экспериментальные ТЕ- и ЕЕ-спектры мощности поляризации (PLANCK-2018)



Проблема фонов:

- Рассеяние на свободных электронах реионизации
- Слабое гравитационное линзирование (дает  $B$ -моду)
- Фарадеевское вращение (плазма + магнитное поле)
- Рассеяние на пыли (дает  $B$ -моду)

Последние результаты для  $B$ -моды:  
arXiv:1807.06209, p.39:  $r < 0.058$  (95%)

## Инфляционная космология

### Проблемы, неразрешимые в космологии горячего Большого взрыва

1. *Наличие сингулярности метрики.*

Начало эволюции с квановой флуктуации?

2. *Проблема горизонта.*

Видимая вселенная содержит  $\sim 3 \times 10^4$  областей, которые были причинно связаны на момент рекомбинации (но не связаны друг с другом).

Почему температуры одинаковы с точностью лучше  $10^{-4}$ ?

Еще хуже обстоит дело с горизонтами в планковское время:

$$\rho_\gamma = 2 \frac{\pi^2}{30} T^4; \quad \rho_\gamma \propto \frac{1}{a^4} \Rightarrow T \propto \frac{1}{a} \quad (13.35)$$

Наш горизонт в планковскую эпоху:

$$\begin{aligned} l_H^0(t_{Pl}) &= l_H(t_0) \times \frac{a_{Pl}}{a_0} = l_H(t_0) \times \frac{T_0}{T_{Pl}} = \\ &= 46 \text{ млрд. св. лет} \times 2 \cdot 10^{-32} \sim 3 \times 10^{30} l_{Pl} \quad (13.36) \end{aligned}$$

В видимой вселенной (вероятно)  $\sim 10^{90}$  причинно связанных областей на момент квантового рождения (если оно совпадало с началом Горячего Большого взрыва!).

Но Вселенная однородна. Почему?

### 3. Проблема плоскостности

Современная кривизна  $|\Omega_K^0| \lesssim 0.1$

$\Omega_K(t)$  – относительная плотность кривизны, зависящая от времени:

$$\Omega_K(t) = \frac{\Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2}{\Omega_M^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2} \quad (13.37)$$

$$\frac{\Omega_K(t_1)}{\Omega_K(t_2)} = \frac{a_2^2}{a_1^2} \times \frac{\Omega_M^0 \left(\frac{a_0}{a_2}\right)^3 + \Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a_2}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a_2}\right)^2}{\Omega_M^0 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^3 + \Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^2} \quad (13.38)$$

$$t_1 = t_{Pl}, \quad t_2 = t_0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_K(t_{Pl})}{\Omega_K^0} &\cong \left(\frac{a_{Pl}}{a_0}\right)^2 \frac{1}{\Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a_{Pl}}\right)^4} = \\ &= \left(\frac{a_{Pl}}{a_0}\right)^2 \frac{1}{\Omega_{rad}^0} = \left(\frac{T_{Pl}}{T_0}\right)^2 \frac{1}{\Omega_{rad}^0} \sim 10^{-60} \quad (13.39) \end{aligned}$$

$$\Omega_K(t_{Pl}) \sim 10^{-60} \Omega_K^0 \Rightarrow \quad (13.40)$$

$$\Rightarrow |\Omega_K(t_{Pl})| \lesssim 10^{-61} \quad (13.41)$$

В момент Большого взрыва Вселенная нереально плоская. Почему?

#### 4. Проблема энтропии

В момент квантового рождения ожидается энтропия  $\sim 0$ .

Энтропия видимой вселенной  $\sim 10^{88}$  (число фотонов).

Расширяется адиабатически (в основном) – откуда столько энтропии?

#### 5. Проблема первичных возмущений

Откуда первичные возмущения и почему масштаб  $\delta\rho/\rho \sim 5 \cdot 10^{-5}$ , почему спектр близок к плоскому?

#### 6. Проблема монополей

Если во Вселенной были температуры больше  $10^{16}$  ГэВ, должны были интенсивно рождаться GUT-магнитные монополи (монополи 'т Хоофта-Полякова, GUT). Где они?

7. Проблема тонкой подгонки фундаментальных констант.

**Эти вопросы решаются в инфляционной космологии.**