

## КОНФЕРЕНЦИИ И СИМПОЗИУМЫ

## Научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук

(25 апреля 2007 г.)

25 апреля 2007 г. в конференц-зале Физического института им. П.Н. Лебедева РАН состоялась Научная сессия Отделения физических наук Российской академии наук. На сессии были заслушаны доклады:

1. **Новиков И.Д., Кардашев Н.С., Шацкий А.А.** (Астрокосмический центр, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Многокомпонентная Вселенная и астрофизика кротовых нор.*

2. **Лукаш В.Н., Михеева Е.В.** (Астрокосмический центр, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва). *Темная материя: от начальных условий до образования структуры Вселенной.*

Краткое содержание докладов публикуется ниже.

PACS numbers: 04.20.-q, 04.70.-s, 98.80.-k

### Многокомпонентная Вселенная и астрофизика кротовых нор

И.Д. Новиков, Н.С. Кардашев, А.А. Шацкий

#### 1. Введение

Решение самых актуальных вопросов астрофизики может оказаться весьма парадоксальным и непривычным с точки зрения существующих научных догм.

В астрофизике и, в частности, космологии открыто много необычного. Напомним историю вопроса о кротовых норах (КН) в астрофизике.

Первой серьезной работой по кротовым норам может считаться работа Эйнштейна и Розена [1], опубликованная в 1935 г. В этой работе для описания гипотетического объекта вводится "математическое представление о физическом пространстве как о пространстве двух одинаковых областей, соединенных мостом", т.е. авторы работы [1] используют термин *мост* для описания объекта, который сегодня мы называем кротовой норой.

Это была замечательная идея, однако математическая модель, предложенная авторами, не была корректной.

Первой современной работой по этому вопросу явилась статья Уиллера 1955 года [2]. В этой работе впервые приводится диаграмма кротовой норы. В 1957 г. Мизнер и Уиллер в известной работе [3] первыми предложили физической общественности термин *кротовая нора* (wormhole).

Здесь мы попытаемся доказать, что ряд астрофизических объектов могут оказаться входами в КН. Эти КН могут представлять собой остатки от инфляционной эпохи в эволюции Вселенной. Модель хаотической инфляции является основой современной космологии и предполагает существование, кроме нашей, бесконечного числа других вселенных, которые возникают в скалярном поле в разных областях и разные моменты времени, образуя "пространственно-временную пену" [4–6]. Первичные пространственно-временные тоннели (кротовые норы), вероятно, существуют в исходном скалярном поле [7] и, возможно, сохраняются после инфляции [8, 9], связывая различные области нашей и других вселенных (рис. 1), что открывает уникальную возможность исследования многоэлементной Вселенной и обнаружения нового типа объектов — входов в тоннели.

Однако анализ моделей КН показывает, что для существования КН необходима материя с необычным уравнением состояния (УС) [10–12]. УС должно быть анизотропным, а величина  $w_{\parallel} = p_{\parallel}/\varepsilon$  должна быть меньше  $-1$  (как у фантомной материи). Здесь  $p_{\parallel}$  — суммарное давление вдоль тоннеля,  $\varepsilon$  — суммарная плотность энергии всех компонент материи в тоннеле. Существование такой материи пока является предположением [13]. В дальнейшем для определенности термин "фантомная энергия" употребляется при изотропном

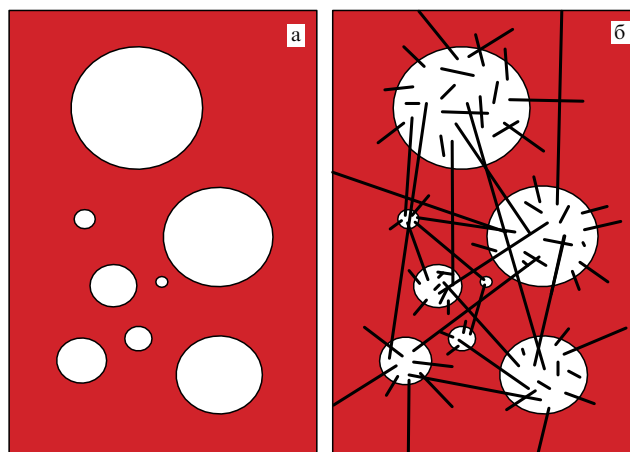


Рис. 1. Модели хаотической инфляционной многоэлементной Вселенной (а) без тоннелей и (б) с кротовыми норами.

УС,  $p/\varepsilon < -1$ , а "фантомная материя" — при анизотропном УС. Единицы измерения выбраны так, что  $c = 1$ ,  $G = 1$ .

В нашем докладе рассматриваются модели, в которых основным материалом для КН, обладающим всеми необходимыми свойствами, является пронизывающее ее сильное магнитное поле, а фантомная материя или фантомная энергия нужны только в виде малой добавки, и, наоборот, модели, в которых основным материалом является фантомная энергия с УС близким к вакуумному ( $p/\varepsilon = -1$ ) и добавкой плотности энергии магнитного поля. При этом некоторые из наблюдаемых астрономических объектов могут оказаться входами в тоннели.

В этом докладе мы не рассматриваем проблему устойчивости КН. Существуют модели КН, для которых устойчивость была доказана (см., например, работы [14]).

Более подробно рассматриваемая гипотеза обсуждается в работах [15–17].

## 2. Модель сферически симметричной магнитной кротовой норы

Статическая сферически симметричная КН описывается теми же уравнениями, что и сферическая релятивистская звезда, а главным отличием КН, по определению, является наличие пространственной горловины, создающей многосвязную топологию, и отсутствие горизонта<sup>1</sup>. Метрика согласно [18] может быть представлена в виде

$$ds^2 = \exp(2\phi(r)) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} - r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

где  $r$  — радиальная координата,  $\phi(r)$  — так называемая функция красного смещения,  $b(r)$  — функция формы. Горловине КН соответствуют минимум  $r = r_0 = b(r_0)$  и  $b'(r_0) \leq 1$ . Наличие у объекта горизонта соответствует условию  $\phi \rightarrow -\infty$  или  $\exp \phi \rightarrow 0$ , поэтому для КН величина  $\phi$  должна быть везде конечной. Для сферически-симметричного случая диагональные члены тензора энергии-импульса дают [18]:

$$\begin{aligned} 8\pi\varepsilon(r) &= \frac{db}{dr} \frac{1}{r^2}, & 8\pi p_{\parallel}(r) &= -\frac{b}{r^3} + 2\left(1 - \frac{b}{r}\right) \frac{d\phi}{dr} \frac{1}{r}, \\ 8\pi p_{\perp}(r) &= \left(1 - \frac{b}{r}\right) \left[ \frac{d^2\phi}{dr^2} + \left(\frac{d\phi}{dr}\right)^2 + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} \right] - \\ & - \frac{1}{2r^2} \left( r \frac{db}{dr} - b \right) \left( \frac{d\phi}{dr} + \frac{1}{r} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon(r)$  — плотность энергии.

Введем массу  $M(r)$  КН для внешнего наблюдателя:

$$M(r) = M_0 + \int_{r_0}^r 4\pi\varepsilon r^2 dr, \quad (3)$$

где  $M_0 = r_0/2$ .

Для удобства численных расчетов введем переменную  $x = r_0/r$ , тогда интервал  $r_0 \leq r < \infty$  преобразуется в

$0 < x \leq 1$  и вместо (2) получим:

$$\begin{aligned} 8\pi\varepsilon r_0^2 &= -\frac{b'x^4}{r_0}, \\ 8\pi p_{\parallel} r_0^2 &= -\frac{bx^3}{r_0} - 2x^3 \left(1 - \frac{bx}{r_0}\right) \phi', \\ 8\pi p_{\perp} r_0^2 &= \left(1 - \frac{bx}{r_0}\right) [x^4\phi'' + x^3\phi' + x^4(\phi')^2] + \\ & + \frac{0,5x^3(xb' + b)(1 - x\phi')}{r_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь штрихом обозначены производные по  $x$ . В работе [19] было показано, что в сферически симметричной КН при  $w_{\parallel} = \text{const}$  и  $w_{\perp} = \text{const}$  необходимо выполнение неравенства, определяющего возможные УС и их анизотропию:

$$-2w_{\perp} < w_{\parallel} < -1. \quad (5)$$

Левая часть неравенства (5) задает конечность массы КН при  $r \rightarrow \infty$ , а правая — отсутствие горизонта.

Очень интересно, что для магнитного (или электрического) поля условие (5) "почти" выполняется. Тензор энергии-импульса, если направление поля совпадает с  $r$ , задает УС:

$$w_{\parallel} = -1, \quad w_{\perp} = 1, \quad \varepsilon = \frac{H^2 + E^2}{8\pi}, \quad (6)$$

что с точностью до малого отрицательного приращения к  $w_{\parallel}$  удовлетворяет условиям (5) для КН.

В работе [20] рассмотрена модель КН из фантомной материи с анизотропным УС:

$$1 + \delta = -\frac{p_{\parallel}}{\varepsilon} = \frac{p_{\perp}}{\varepsilon}, \quad (7)$$

и показано, что для существования КН достаточно сколь угодно малого значения параметра  $\delta$ .

Введем обозначения:  $x_h = r_0/r_h > 1$  — отношение радиуса горловины КН к радиусу горизонта соответствующей черной дыры (ЧД) Рейснера–Нордстрема [21] с магнитным зарядом  $Q = r_h$ . Величина  $\varepsilon$  определяется соотношением

$$\varepsilon = \varepsilon_0 x^4 \left( \frac{x_h - 1}{x_h - x} \right)^{\delta}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{8\pi r_0^2 (1 + \delta)}. \quad (8)$$

Масса КН для удаленного от горловины наблюдателя  $M_{\infty}$  лежит в интервале

$$M_0 \leq M_{\infty} \leq 2M_0. \quad (9)$$

Левая часть неравенства (9) следует из (3), а правая вытекает из (8).

В связи с этим можно сделать заключение о том, что электромагнитное поле может быть существенной или даже основной частью материи КН.

Параметры для горловины магнитной КН с разными массами  $M_0$  приведены в таблице. Из соотношений (8) можно получить выражения (с учетом констант  $c$  и  $G$ ) для  $r_0$ ,  $H_0$ ,  $\rho_0$  — плотности массы,  $\nu_G$  — частоты радиальных колебаний минимальной амплитуды,  $\nu_H$  — гирочастоты в горловине и ее системе покоя,  $\nu_c$  — частоты (для внешнего наблюдателя) обращения по нижней устойчи-

<sup>1</sup> Здесь и далее речь идет о горизонте видимости.

**Таблица.** Параметры горловины магнитной кротовой норы с различной массой

$M_\infty = 2M_0$	$r_0$ , см	$H_0$ , Гс	$\rho(r_0)$ , г см <sup>-3</sup>	$v_G$ , Гц	$v_H$ , Гц	$v_c$ , Гц
$6 \times 10^{42}$ г = $3 \times 10^9 M_\odot$ (квазар)	$4,5 \times 10^{14}$	$7,8 \times 10^9$	$2,7 \times 10^{-3}$	$7,6 \times 10^{-6}$ (1,5 дня)	$2,2 \times 10^{16}$	$1,16 \times 10^{-6}$ (9,8 дней)
$10^{39}$ г = $5 \times 10^5 M_\odot$ (рождение пар $e^\pm$ )	$7,4 \times 10^{10}$	$4,4 \times 10^{13}$	$9,7 \times 10^4$	0,045 (22 с)	$1,3 \times 10^{20}$	$6,9 \times 10^{-3}$ (2,4 мин)
$2 \times 10^{33}$ г = $M_\odot$ (Солнце)	$1,5 \times 10^5$	$2,3 \times 10^{19}$	$2,4 \times 10^{16}$	$2,3 \times 10^4$	$6,6 \times 10^{25}$	$3,5 \times 10^3$
$6 \times 10^{27}$ г = $M_\oplus$ (Земля)	0,45	$7,8 \times 10^{24}$	$2,7 \times 10^{27}$	$7,6 \times 10^9$	$2,2 \times 10^{31}$	$1,16 \times 10^9$
$5 \times 10^{10}$ г (позитроний)	$3,5 \times 10^{-18}$	$10^{42}$	$4,4 \times 10^{61}$	$9,7 \times 10^{26}$	$2,7 \times 10^{48}$	$1,5 \times 10^{26}$
$1,8 \times 10^3$ г (рождение пар $\mu^\pm$ )	$1,3 \times 10^{-25}$	$2,6 \times 10^{49}$	$3 \times 10^{76}$	$2,6 \times 10^{34}$	$7,3 \times 10^{55}$	$4 \times 10^{33}$
$2 \times 10^{-5}$ г (планковская масса)	$1,5 \times 10^{-33}$	$2,3 \times 10^{57}$	$2,4 \times 10^{92}$	$2,3 \times 10^{42}$	$6,6 \times 10^{63}$	$3,5 \times 10^{41}$

вой круговой орбите:

$$\begin{aligned}
 r_0 &= \frac{G}{c^2} 2M_0, \\
 H_0 &= \frac{c^4}{G^{3/2}} (2M_0)^{-1}, \\
 \rho_0 &= \frac{c^6}{8\pi G^3} (2M_0)^{-2}, \\
 v_G &= \frac{c^3}{2\sqrt{2}\pi G} (2M_0)^{-1}, \\
 v_H &= \frac{ec^3}{2\pi m_e G^{3/2}} (2M_0)^{-1}, \\
 v_c &= \frac{\sqrt{3}c^3}{32\pi G} (2M_0)^{-1} = \sqrt{\frac{3}{128}} v_G.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Параметры КН в таблице оценены для ядра квазара, объектов с критическим полем (и соответствующей массой КН), необходимым для рождения пар электрон–позитрон, объектов с массой порядка массы Солнца и порядка массы Земли, объектов с критическим магнитным полем (и соответствующей массой КН), при котором атом позитрония в магнитном поле стабилен, объектов с критическим магнитным полем (и массой) для рождения пар монополю–антимонполю и объектов с планковской массой.

Выражение для метрики (1) соответствует шварцшильдовской системе координат. Физическая координата, измеряющая расстояние вдоль тоннеля  $l$ , охватывающее оба входа ( $-\infty < l < +\infty$ ), связана с радиальной координатой  $r$  соотношением

$$l(r) = \pm \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sqrt{1 - b_\pm(r)/r}}. \tag{11}$$

При  $r \gg r_0$  величина  $l \rightarrow r$  и для модели, описываемой соотношениями (8), при малом  $\delta$  величина магнитного поля

$$H \approx \frac{2M_0\sqrt{G}}{r^2}. \tag{12}$$

В предположении малости электрического поля ограничение, связанное с рождением электрон–позитронных пар, снимается, однако в таблице приводится предельное

значение поля  $H_{\text{lim}} = m_e^2 c^3 / (\mu \hbar) \approx 4,4 \times 10^{13}$  Гс, соответствующее этому ограничению. Это значение поля определяет специфические условия, связанные с тем, что при  $H > H_{\text{lim}}$  уровень возбуждения Ландау превосходит энергию покоя электрона. В поле, превышающем  $10^{42}$  Гс, атом позитрония становится стабильным и среда заполняется этими атомами, рождаемыми из вакуума [22, 23]. При магнитных полях, больших критического  $H_{\text{max}}$ , происходит пробой вакуума и рождение монопольных пар [24–26]. Если масса стабильного бесцветного монополя типа монополя 'т Хоффа–Полякова [27–29]  $m_\mu \sim 10^{16}$  ГэВ  $\sim 10^{-8}$  г, магнитный заряд  $\mu = (3/2)\hbar c/e \sim 10^{-7}$  и  $H_{\text{max}} = m_\mu^2 c^3 / (\mu \hbar) \approx 2,6 \times 10^{49}$  Гс, то максимальная масса магнитной КН с таким полем в горловине согласно (10) составит  $2M_0 \approx 1,8$  кг. Рождаемые монополи будут покидать КН, уменьшая ее массу. Устойчивость столь малых КН по отношению к другим квантовым процессам не очевидна, поэтому минимальная масса КН может оказаться значительно большей, чем 1,8 кг. Нижний предел для масс КН с композиционным составом, очевидно, еще меньше. Отметим также, что отсутствие горизонта для КН приводит к отсутствию для них испарения (эффект Хокинга). Поэтому первичные КН с малой массой могли сохраниться до настоящего времени, в отличие от первичных ЧД (для которых нижний предел по массе составляет  $\sim 10^{15}$  г).

### 3. Входы в тоннели и черные дыры с магнитным полем в Галактике и галактических ядрах

Рассмотренная в разделе 2 модель предполагает возможность обнаружения среди галактических и внегалактических объектов входов в тоннели или ЧД, образовавшихся в результате эволюции из реликтовых КН. Из сказанного выше ясно, что эти ЧД могут отличаться от первичных ЧД величиной и структурой магнитного поля.

Наличие радиального магнитного поля может быть выявлено по специфическому закону изменения напряженности ( $H \propto r^{-2}$ ) и одинаковому знаку поля со всех сторон. Вращение монополя возбуждает дипольное электрическое поле, которое может обеспечить ускорение релятивистских частиц. Важно отметить, что дипольное электрическое поле (в отличие от квадруполь-

ного для диска) ускоряет электроны в направлении одного полюса, а протоны и позитроны — в направлении другого. Это позволяет объяснить в рамках рассматриваемой модели происхождение односторонних струй из некоторых источников (например квазара 3C273) [30].

Наличие аккреционного диска усложняет картину. Квадрупольное электрическое поле генерирует двусторонние струи электронов или протонов/позитронов (в зависимости от знака квадруполья). В результате структура струи может оказаться различной. Вероятно, очень сильными будут эффекты взаимодействия электромагнитных полей КН/ЧД и аккреционного диска.

Отличие входа КН от ЧД можно выявить по наблюдению отсутствия горизонта — светящийся источник, падающий в КН, должен наблюдаться непрерывно, но с переменным красным или даже синим смещением. Однако здесь надо предполагать прозрачность тоннеля.

Синее смещение может возникнуть, если масса противоположного (по отношению к наблюдателю) входа КН больше, чем масса ближайшего входа. Если тоннель прозрачен и имеет аккреционные диски с обоих входов, то красное смещение для спектров этих дисков также будет различным, т.е. можно обнаружить два разных красных смещения от одного и того же источника, связанного с КН.

Наблюдаемый образ КН может иметь внутреннюю структуру, угловые размеры которой могут быть значительно меньше величины, определяемой гравитационным диаметром.

В этом отношении весьма интересными представляются данные наблюдений гравитационно-линзированного квазара Q0957+561 с красным смещением  $z = 1,4141$  [31], из которых следует, что размеры этого квазара меньше шварцшильдовского диаметра. Специфической особенностью КН, демонстрирующей сильные релятивистские эффекты и одновременно отсутствие горизонта, является возможность периодических колебаний пробной массы относительно горловины (см. таблицу и приложение 1). При этом красное смещение этой массы также будет периодически изменяться. Если структура КН близка к образованию горизонта, то величины этих смещений, их период, а также колебания потока могут быть очень большими. В связи с этим обращает на себя внимание наблюдение квазипериодических вариаций потока у так называемых IDV-источников (IDV — от англ. Intra Day Variability — внутрисуточная переменность), например у лацертиды 0716 + 714 [32].

При движении источников по круговым орбитам вокруг входа в тоннель (см. таблицу и приложение 2) компактный источник будет также периодически изменять свой поток и красное смещение. Наконец, внешний наблюдатель может обнаружить излучение на гиро-частотах и явления, связанные с образованием  $e^{\pm}$ - и  $\mu^{\pm}$ -пар.

#### 4. Выводы и перспективы

Главным выводом из предыдущего представляется возможность обнаружения среди известных галактических и внегалактических объектов, обычно отождествляемых с ЧД звездных масс и массами порядка ядер галактик, нового типа первичных космологических объектов — входов в КН или специфических ЧД, образовавшихся из КН. Очень важным представляется

заключение о наличии сильного магнитного поля с радиальной структурой (модель "Ежик" [33, 34]), обеспечивающего с учетом вращения генерацию струй релятивистских частиц (односторонние и двусторонние выбросы). Для таких объектов модели КН предполагают наличие специфических эффектов, связанных с отсутствием горизонта и обеспечивающих видимость источников излучения в любой точке тоннеля при условии прозрачности среды. Предполагается также существование определенного закона изменений спектра, потока и поляризации излучающего источника. Ожидается обнаружить новые эффекты гравитационного линзирования на кротовых норах (см. [20, 35]). Возможно обнаружение квазипериодических колебаний излучающих объектов относительно горловины КН.

Исследование структуры кандидатов — источников, связанных со входами в КН (или ЧД) с радиальным магнитным полем, — возможно с помощью инструментов с угловым разрешением в несколько микросекунд дуги и лучшим, что предполагается осуществить с помощью космических интерферометров "Радиоастрон" [36] и "Миллиметрон" [37].

Возможно обнаружение источников, связанных с двойными входами в тоннели, образующими системы с сильными магнитодипольным излучением и выбросом релятивистских  $e^{\pm}$ . Конечная стадия эволюции таких систем завершается образованием ЧД и электромагнитных импульсов с большой мощностью.

Важно отметить также, что наличие КН с сильными магнитными полями позволяет предположить, что элементарные магнитные монополи, предсказываемые теорией [33, 34], могли оказаться поглощенными этими объектами в процессе космологической эволюции.

Другое направление исследований связано со спектральным и поляризационным мониторингом излучения этих источников.

Обнаружение тоннелей открывает путь к возможности исследования всей многоэлементной Вселенной.

## Приложения

### 1. Наблюдения тела, совершающего колебания относительно горловины кротовой норы

Специфическим явлением могут быть колебания тел около горловины КН (радиальные орбиты). Сигналы таких источников, приходящие к внешнему наблюдателю, будут иметь характерную периодичность в спектре. Все другие объекты кроме КН (звезды, ЧД) поглощают падающие на них тела безвозвратно. Периодические радиальные колебания являются характерной особенностью КН.

Рассмотрим для простоты пробное тело с нулевым угловым моментом. Для решения уравнений движения воспользуемся методом Гамильтона–Якоби в кривом пространстве [38].

Тогда для скорости тела получаем

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \pm \exp \phi \sqrt{\left(1 - \frac{b}{r}\right) \left[1 - \exp(2\phi) \left(\frac{m_0}{E_0}\right)^2\right]}, \quad (13)$$

здесь  $m_0$  и  $E_0$  — масса покоя и полная энергия тела соответственно. Так как для КН  $\exp \phi > 0$  во всем пространстве, то уравнение  $\dot{r} = 0$  имеет три корня: два

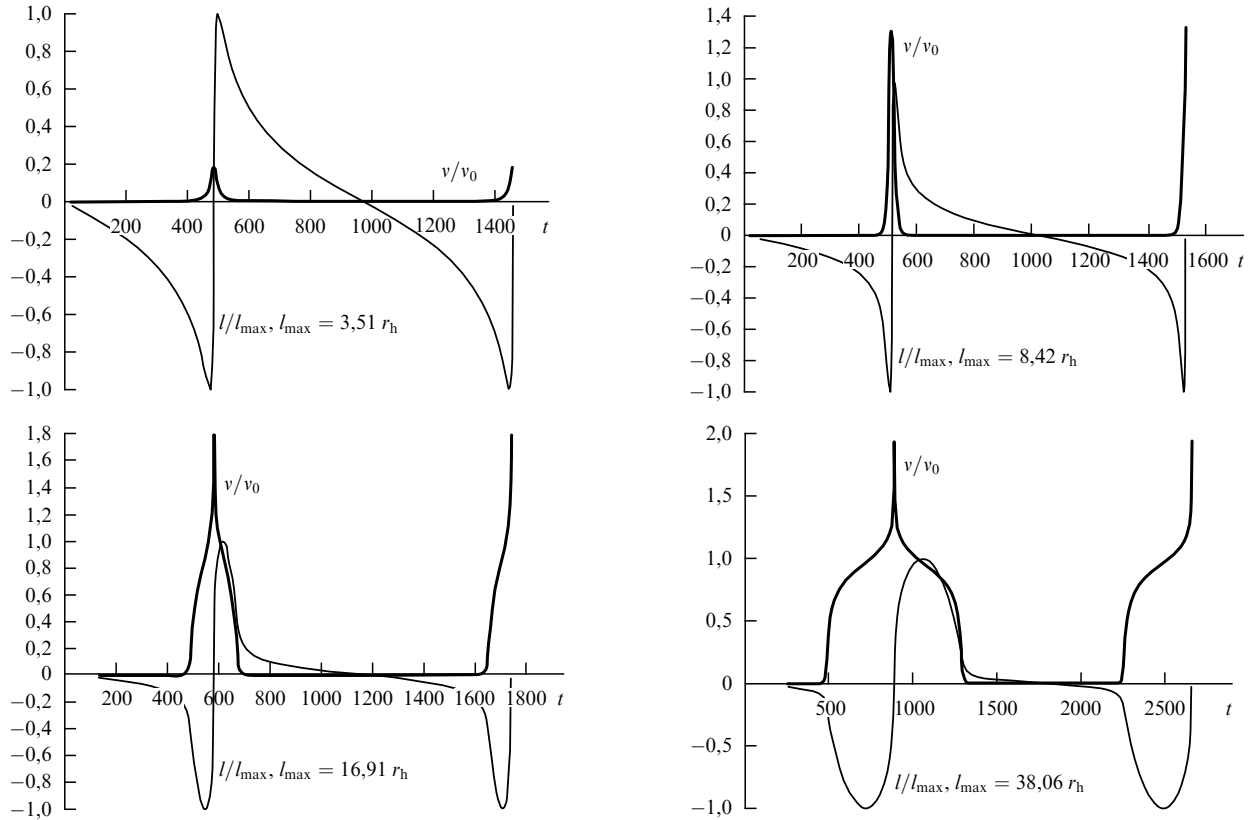


Рис. 2. Зависимости смещения частоты  $v/v_0$  (жирная кривая) и физической радиальной координаты  $l/l_{\max}$  (тонкая кривая) от времени  $t$  (в единицах  $r_h/c$ ). Графики построены для  $\delta = 0,001$ .

из них соответствуют равенству нулю второго множителя в квадратных скобках подкоренного выражения (13) (остановка тела по разные стороны горловины) и третий корень соответствует равенству нулю первого множителя в подкоренном выражении (остановка на горловине).

Остановку на горловине рассмотрим подробнее. Это совершенно уникальное явление, связанное исключительно с кривизной пространства. Сначала убедимся, что эта остановка длится конечное время. Для этого рассмотрим интеграл

$$\Delta t = \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{\dot{r}}. \tag{14}$$

Интеграл (14) не расходится, если производная от  $1 - b/r$  по  $r$  отлична от нуля в горловине. То, что это именно так, можно убедиться из найденного выражения для метрики КН. Из ограниченности интеграла (14) и следует ограниченность времени остановки тела в горловине (и всего цикла колебания — по аналогичным причинам).

Выражение (13) не является физической скоростью тела, так как координата  $r$  не является физической радиальной координатой. Такую координату представляет собой  $l$  в уравнении (11). В соответствии с этим получаем физическую скорость  $\dot{l}$  тела вдоль радиуса:

$$\dot{l} = \pm \exp \phi \sqrt{1 - \exp(2\phi) \left(\frac{m_0}{E_0}\right)^2}. \tag{15}$$

Эта скорость уже не обращается в нуль на горловине КН.

Красное смещение сигнала, излучаемого телом, определяется двумя факторами:

1) доплеровским смещением от движения источника: фактор  $\sqrt{1 - v^2}/(1 \pm v)$ , где  $v = \dot{r} \sqrt{|g_{rr}/g_{tt}|}$  — физическая скорость тела в его собственном времени (здесь знак "+" соответствует движению тела от наблюдателя, а "-" — к наблюдателю,  $g_{rr}$  и  $g_{tt}$  — компоненты метрического тензора);

2) гравитационным красным смещением: фактор  $\exp \phi$ .

Поэтому частота сигнала для удаленного наблюдателя будет определяться выражением

$$v = v_0 \frac{\exp(2\phi)(m_0/E_0)}{1 \pm \sqrt{1 - \exp(2\phi)(m_0/E_0)^2}}, \tag{16}$$

где  $v_0$  — частота сигнала, измеренная на движущемся теле. Отсюда видно, что на горловине КН, в отличие от горизонта ЧД, частота сигнала не обращается в нуль для удаленного наблюдателя.

Для того чтобы найти для внешнего наблюдателя зависимость красного смещения  $v/v_0$  тела от времени, нужно ко времени  $t$  добавить время  $\Delta t$  распространения света от точки  $r$  до точки  $r_{\max}$  тела. Соответствующие зависимости приведены на рис. 2.

При экстремально малых амплитудах  $r_1 - r_0$  колебания пробного тела становятся гармоническими. Это достигается при выполнении следующих неравенств:

$$r - r_0 \leq r_1 - r_0 \ll r_0 - r_h, \quad 1 - x \leq 1 - x_1 \ll x_h - 1, \tag{17}$$

где  $x_1 = r_0/r_1$ . В этом случае вблизи от точек остановок тела компоненты его скорости  $\dot{r}$  (13) можно разложить в

ряд по  $1 - x$  (или по  $x - x_1$ ). Ограничиваясь главными членами разложения, находим:

$$\exp \phi \approx x_h - 1, \quad 1 - \frac{b}{r} \approx (x_h - 1)(1 - x), \quad (18)$$

$$1 - \exp(2\phi) \left( \frac{m_0}{E_0} \right)^2 \approx \frac{2(x - x_1)}{x_h - 1}.$$

Отсюда получаем уравнение колебаний гармонического осциллятора с остановками при  $x = 1$  и  $x = x_1$ :

$$(\dot{r})^2 \approx 2(x_h - 1)^2(1 - x)(x - x_1),$$

$$r_h \ddot{r} = \dot{r} \frac{\partial \dot{r}}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\dot{r})^2}{\partial x}, \quad (19)$$

$$(1 - x)'' = -\omega_0^2(1 - x),$$

где  $\omega_0 = \sqrt{2}(x_h - 1)/r_h$ . Период таких колебаний для внешнего наблюдателя оказывается равным

$$T_1 = \frac{\sqrt{2} \pi r_h}{c(x_h - 1)}. \quad (20)$$

При этом колебания физической координаты  $l$  тоже являются гармоническими, что следует из формул (11), (15) и (18). Тело колеблется от  $-l_1$  до  $+l_1$ , условие малости для  $l_1$ , соответствующее (17), выражается соотношением  $l_1 \ll r_h$  (таким образом, в этих координатах амплитуда не обязана быть экстремально малой).

Колебания координаты  $l$  имеют вдвое больший период ( $T_2 = 2T_1$ ), так как физическая скорость  $\dot{l}$  имеет две точки остановки (а не три, как  $\dot{r}$ ), в этом легко убедиться, вычисляя период непосредственно с помощью формулы (14).

## 2. Круговые орбиты пробной частицы вокруг кротовой норы

Найдем предельные круговые орбиты пробной частицы вокруг КН. Для этого сначала решим эту задачу в метрике предельного пространства-времени Рейснера – Нордстрема (методом Гамильтона – Якоби (см. [38])).

Введем обозначение  $\lambda = L/(m_0 r_h c)$  — удельный угловой момент частицы.

В соответствии с [39, 40] удельная эффективная потенциальная энергия  $U(x)$  пробной частицы и ее производная имеют соответственно вид

$$U(x) = (1 - x) \sqrt{1 + \lambda^2 x^2}, \quad (21)$$

$$U'(x) = -\frac{2\lambda^2 x^2 - \lambda^2 x + 1}{\sqrt{1 + \lambda^2 x^2}}.$$

Корни для неустойчивой и устойчивой круговых орбит находятся из условия  $U'(x) = 0$ :

$$x_{\pm} = 0,25 \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{8}{\lambda^2}} \right). \quad (22)$$

Отсюда видно, что  $\lambda^2 \geq 8$ .

Поэтому последняя устойчивая орбита соответствует

$$x_- = \frac{1}{4}, \quad r_- = 4r_h, \quad \lambda^2 = 8. \quad (23)$$

И последняя неустойчивая круговая орбита соответствует

$$x_+ = \frac{1}{2}, \quad r_+ = 2r_h, \quad \lambda^2 \rightarrow \infty. \quad (24)$$

Тем же методом можно получить выражение для  $\dot{\phi} = \text{const}$  на круговой орбите и выражение для периода обращения

$$\tau = \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\dot{\phi}} = \frac{2\pi r^2 E_0 / L}{c^2(1 - r_h/r)^2}, \quad (25)$$

где  $E_0 = U(r)$  для конкретной круговой орбиты.

Отсюда находим для периодов (по времени удаленного наблюдателя) последних устойчивой и неустойчивой круговых орбит:

$$\tau(4r_h) = \frac{32\pi r_h}{\sqrt{3}c}, \quad \tau(2r_h) = \frac{8\pi r_h}{c}. \quad (26)$$

При  $r \geq 2r_h$  поправками, связанными с  $\delta$ , для КН можно пренебречь. Поэтому результаты (23)–(26) будут справедливыми также и для КН.

## 3. Характерное распределение интенсивности света, проходящего через кротовую нору

В работе [19] найдены углы отклонения фотонов, проходящих через горловину КН с параметрами  $w_{\perp} = -w_{\parallel} = 2$  (рис. 3а). Используя этот результат, можно построить угловую зависимость интенсивности света, проходящего через горловину КН (см. [20]).

Рассмотрим случай равномерного (в среднем) распределения световых источников с другой от наблюдателя стороны КН (например реликтового фона). Тогда в сферически симметричном случае горловина КН в среднем одинаково освещается с разных направлений.

Рассмотрим свет, проходящий через горловину КН в экваториальной плоскости (т.е. в плоскости  $\theta = \pi/2$ ). Со стороны наблюдателя интенсивности света, проходящего через горловину, будет зависеть от прицельного параметра  $h$  (измеряемого в единицах радиуса горловины  $r_0$ ).

Пусть  $\phi$  — угол отклонения фотона после прохождения горловины (в результате гравитационного линзирования), а  $I_{\text{tot}}$  — полная интенсивность света с разных направлений угла  $\phi$ ,  $I_{\phi} \equiv dI_{\text{tot}}/d\phi$  — плотность интенсивности, приходящаяся на единицу угла. Имеем  $I_{\phi} = \text{const}$  (ввиду независимости интенсивности от направления света за горловиной).

Тогда

$$\frac{dI_{\text{tot}}}{dh} \equiv I_h(h) = \frac{dI_{\text{tot}}}{d\phi} \frac{d\phi}{dh} = \text{const} \frac{d\phi}{dh}.$$

В работе [19] получена зависимость  $\phi(h)$ :

$$\phi(h) = 2 \int_1^{\infty} \frac{h}{x^2 \sqrt{(1 - y/x)(\exp(-2\phi) - h^2/x^2)}} dx. \quad (27)$$

Обозначая  $1/x \equiv q$ , находим

$$I_h(h) = C \int_0^{q_0} \frac{\exp(-2\phi) dq}{\sqrt{1 - qy} [\exp(-2\phi) - q^2 h^2]^{3/2}}. \quad (28)$$

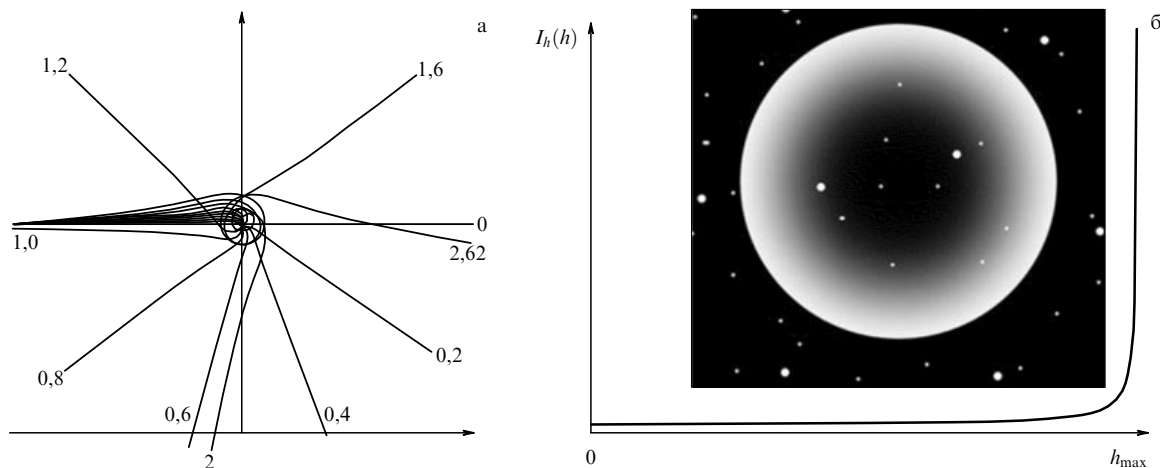


Рис. 3. (а) Отклонение фотонов, проходящих через горловину КН (числами показаны величины прицельных параметров). (б) Зависимость интенсивности света  $I_h$ , проходящего через горловину КН, от прицельного параметра  $h$ .

Это распределение интенсивности по  $h$  имеет минимум при нулевом прицельном параметре (ПП) и максимум при максимальных ПП, соответствующих ширине горловины КН, причем этот результат не зависит от длины волны света, проходящего через КН.

Характерная кривая для  $I_h(h)$  представлена на рис. 3б. Она соответствует КН с метрикой (1). Таким образом, наблюдатель увидит кольцо света с резкими внешними краями и размытыми внутренними краями.

При достаточном разрешении наблюдательных приборов этот факт позволит отличить кротовые норы от черных дыр, например, в активных ядрах галактик.

## Список литературы

1. Einstein A, Rosen N *Phys. Rev.* **48** 73 (1935)
2. Wheeler J A *Phys. Rev.* **97** 511 (1955)
3. Misner C W, Wheeler J A *Ann. Phys.* (New York) **2** 525 (1957)
4. Wheeler J A *Ann. Phys.* (New York) **2** 604 (1957)
5. Vilenkin A *Phys. Rev. D* **27** 2848 (1983)
6. Linde A D *Phys. Lett. B* **175** 395 (1986)
7. Visser M *Lorentzian Wormholes: from Einstein to Hawking* (Woodbury, NY: AIP, 1995)
8. Lobo F S N *Phys. Rev. D* **71** 084011 (2005)
9. Shinkai H, Hayward S A *Phys. Rev. D* **66** 044005 (2002)
10. Rahaman F et al. *Phys. Lett. B* **633** 161 (2006); gr-qc/0512075
11. Kuhfittig P K F *Phys. Rev. D* **73** 084014 (2006); gr-qc/0512027; Lobo F S N *Phys. Rev. D* **71** 124022 (2005); gr-qc/0506001
12. Visser M, Kar S, Dadhich N *Phys. Rev. Lett.* **90** 201102 (2003); gr-qc/0301003
13. Jassal H K, Bagla J S, Padmanabhan T *Phys. Rev. D* **72** 103503 (2005)
14. Armendáriz-Picón C *Phys. Rev. D* **65** 104010 (2002); gr-qc/0201027
15. Кардашев Н С, Новиков И Д, Шацкий А А *Астрон. журн.* **83** 675 (2006)
16. Kardashev N S, Novikov I D, Shatskiy A A *Int. J. Mod. Phys. D* **16** 909 (2007)
17. Kardashev N S, Novikov I D, Shatskiy A A, astro-ph/0610441
18. Morris M S, Thorne K S *Am. J. Phys.* **56** 395 (1988)
19. Шацкий А А *Астрон. журн.* **81** 579 (2004)
20. Шацкий А А *Астрон. журн.* **84** (2) 99 (2007)
21. Мизнер Ч, Торн К, Уилер Дж. *Гравитация* Т. 3 (М.: Айнштайн, 1997)
22. Shabad A E, Usov V V, hep-th/0512236
23. Shabad A E, Usov V V, in *Particle Physics at the Year of 250th Anniversary of Moscow University: Proc. of the 12th Lomonosov Conf. on Elementary Particle Physics, Moscow, Russia*, 25–31 August 2005 (Ed. A I Studenikin) (Singapore: World Scientific, 2006); astro-ph/0601542
24. Bander M, Rubinstein H R *Phys. Lett. B* **280** 121 (1992)
25. Duncan R C, astro-ph/0002442
26. Peng Q, Chou C *Astrophys. J.* **551** L23 (2001)
27. 't Hooft G *Nucl. Phys. B* **79** 276 (1974)
28. Поляков А М *Письма в ЖЭТФ* **20** 430 (1974)
29. Kibble T W B J. *Phys. A: Math. Gen.* **9** 1387 (1976)
30. Stawarz L *Astrophys. J.* **613** 119 (2004)
31. Schild R E, Leiter D J, Robertson S L, astro-ph/0505518
32. Ostorero L et al., astro-ph/0602237
33. Кардашев Н С "Послесловие", в кн. Бербидж Дж, Бербидж М *Квazarы* (М.: Мир, 1969)
34. Kovalev Yu A, Kovalev Yu Yu, Nizhelsky N A *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **52** 1027 (2000)
35. Черепашук А М *Вестн. МГУ. Сер. 3. Физ. Астрон.* (2) 62 (2005)
36. Проект РадиоАстрон, [http://www.asc.rssi.ru/radioastron/description/intro\\_rus.htm](http://www.asc.rssi.ru/radioastron/description/intro_rus.htm)
37. Проект Миллиметрон, <http://www.asc.rssi.ru/millimetron/millim.htm>
38. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1995)
39. Frolov V P, Novikov I D *Black Hole Physics. Basic Concepts and New Developments* (Dordrecht: Kluwer, 1998)
40. Carr B J "Primordial black holes: do they exist and are they useful?", astro-ph/0511743

PACS numbers: 95.35+d, 98.80.-k

## Темная материя: от начальных условий до образования структуры Вселенной

В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева

### 1. "Принеси то, не знаю что"

Мы стоим на пороге открытия, способного изменить суть наших представлений о Мире. Речь идет о природе темной материи.

В последние годы астрономия сделала важнейшие шаги в наблюдательном обосновании темной материи, и сегодня существование такого вещества во Вселенной можно считать твердо установленным фактом. Особенность ситуации состоит в том, что астрономы наблюдают структуры, состоящие из неизвестного физикам вещества. Так возникла проблема идентификации физической природы этой материи.